Proceedings of IAM, V.12, N.2, 2023, pp.102-112
DOI: 10.30546/2225-0530.12.2.2023.102

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ РЕГУЛЯТОРА ПРИ НЕПОЛНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

М.М. Муталлимов[1,2] , Н.И. Велиева[1,3] , Л.И. Амирова[1]

[1]Институт Прикладной Математики при Бакинском Государственном Университете, Баку, Азербайджан
[2]Институт Информационных Технологий, Министерство Науки и Образования, Баку, Азербайджан
[3] Азербайджанский Технический Университет, Баку, Азербайджан
e-mail: mutallim@mail.ru, nailavi@rambler.ru

Резюме. В работе рассматривается задача построения наблюдателя для линейно-квадратичной задачи оптимального управления в непрерывном случае. Для нахождения управляющего воздействия решается задача оценивания линейно-квадратичного оптимального управления. Коэффициент регулятора находится с помощью положительно-определенных решений соответствующих матричных алгебраических уравнений Риккати. Результаты иллюстрируются на конкретном численном примере.

Ключевые слова: ЛКГ задача, матричные алгебраические уравнения Риккати, приближенное решение дифференциальных уравнений.

AMS Subject Classification: 60G15, 93E11.

1. Введение

Во многих прикладных задачах, в том числе и в некоторых задачах управления с механическими системами [1, 3, 5, 10] и других, возникает необходимость синтеза регулятора, когда доступна наблюдению только часть фазового вектора [1, 3, 5, 9-14, 16, 17]. Известно, что в линейно-квадратичной задаче (ЛК задаче), когда доступна наблюдению только часть фазового вектора, процедура синтеза цепи обратной связи сводится к определению решений двух матричных алгебраических уравнений Риккати (МАУР) [6, 8, 21-24], которые имеют много решений, но из них одно, положительно определенное решение обеспечивает минимум соответствующего квадратичного функционала и асимптотическую устойчивость замкнутой системы [27, 28]. Одно из этих уравнений определяет фильтр, генерирующий оценку всего фазового вектора, решение второго уравнения позволяет получить матрицу регулятора [4, 7], связывающую управляющее воздействие и оценки фазового вектора [2, 13, 15, 18, 19, 25].

2. Постановка задачи

Пусть движение объекта описывается линейной системой дифференциальных уравнений на бесконечном интервале времени

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Gu(t), \quad \mathrm{x}(0) = \mathrm{x}_0. \tag{1}$$

Здесь x-n мерный фазовый вектор u-m мерный вектор управляющих воздействий; F, G, постоянные матрицы соответствующих размеров.

Требуется найти такое управление

$$u(t) = f(x(t)),$$

чтобы замкнутая система объект+регулятор была асимптотически устойчива и минимизирован следующий квадратичный критерий качества

$$J = \frac{1}{2}\left\{\int_0^\infty \left(x(t)' Rx(t) + u'(t)Cu(t)\right)dt\right\}. \tag{2}$$

Здесь $R = R' \geq 0$, $C = C' > 0$.

Когда измеряются все фазовые координаты управления [27, 29]

$$u(t) = -C^{-1}G'Sx(t). \tag{3}$$

Здесь матрица $S = S' > 0$ является решением следующего алгебраического уравнения Риккати

$$F'S + SF - SGC^{-1}G'S + R = 0. \tag{4}$$

Допустим фазовый вектор представлен в виде двух компонент $x(t) = \begin{bmatrix} x_+ \\ x_- \end{bmatrix}$.

x_+-вектор не измеряемых компонент, а x_- вектор доступный измерению. Предположим, что точность измерения x_- достаточна для использования этой компоненты в уравнении регулятора. В уравнении (1) и (2) вектор $x(t)$ заменим его оценкой [3,11,16]

$$\hat{x}t) = \begin{bmatrix} \hat{x}_+(t) \\ x_-(t) \end{bmatrix}$$

В уравнениях (1), (4) вектор x заменим вектором $\hat{x}$, тогда получим [16]

$$u = -C^{-1}G'S\begin{bmatrix} \hat{x}_+ \\ x_- \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\dot{\hat{x}} = F\hat{x} - GC^{-1}G'S\hat{x} = (F - GC^{-1}G'S)\hat{x} \tag{6}$$

Для оценки имеем [16]

$$\dot{\hat{x}} = [F_+ F_-]\begin{bmatrix} \hat{x}_+ \\ x_- \end{bmatrix} + Gu + K(x_- - \hat{x}_-) \tag{7}$$

$F = [F_+ \quad F_-]$ являются блоками матрицы F.

Задача построения фильтра сводится к выбору матрицы K так, чтобы замкнутая система (6)-(7) была асимптотически устойчива.
Для этого введем переменную $\theta = \bar{x} - x$

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_+ \\ \theta_- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_+ - x_+ \\ \hat{x}_- - x_- \end{bmatrix}$$

Тогда (1), (4), (6), (7) примет следующий вид [16, 19, 20, 26]

$$\dot{x} = Fx - GC^{-1}G'Sx - GC^{-1}G'S \begin{bmatrix} \theta_+ \\ 0 \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\dot{\theta} = F \begin{bmatrix} \theta_+ \\ 0 \end{bmatrix} - K\theta_- = [F_+ \; 0]\theta^- [0 \; K]\theta \tag{9}$$

Асимптотическая устойчивость системы (8) зависит от выбора матрицы K.
Как в работе [15] матрицу K представим в виде

$$K = PH'W, \tag{10}$$

где $H = [0 \; E]$, здесь E - единичная матрица соответствующего размера x_-.
$x_- = Hx$; $\theta_- = H\theta$.
$P = P'$ решение алгебраического уравнения Риккати [21-23]

$$[F_+ \; 0]P + P[F_+ \; 0]' - PH'WHP + D , \tag{11}$$

$$W = W' > 0 ; \;\; D = D' \geq 0$$

Таким образом определение матрицы K при заданных W и D сводится к решению уравнения (11), которое обеспечивает асимптотически устойчивость системы (8)-(9).
С подбором величины W и D можно обеспечить быстрое убывание погрешности оценки координаты x_+.

3. Вычислительный алгоритм

Для решения дифференциального уравнения (7), т.е. нахождения оценки $\hat{x}$, упростим его

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_+ \\ \hat{x}_- \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} \hat{x}_+ \\ x_- \end{bmatrix} + G(-C^{-1}G'S) \begin{bmatrix} \hat{x}_+ \\ x_- \end{bmatrix} + K(x_- - \hat{x}_-)$$

Обозначим
$T = -GC^{-1}G'S$;
тогда

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_+ \\ \hat{x}_- \end{bmatrix} = (F + T) \begin{bmatrix} \hat{x}_+ \\ x_- \end{bmatrix} + K(x_- - \hat{x}_-) \, .$$

Обозначим

$$(F + T) = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix}; \;\; K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix},$$

тогда получаем нижеследующее дифференциальное уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_+ \\ \hat{x}_- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & -K_1 \\ F_{21} & -K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_+ \\ \hat{x}_- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{12} + K_1 \\ F_{22} + K_2 \end{bmatrix} x_- \quad . \tag{12}$$

Таким образом, предложим следующий алгоритм.

Алгоритм.

1. Даны постоянные матрицы $F; G; R; C; W; D$
2. Решая уравнения (4), находим $S = S' > 0$
3. Находим $L = C^{-1}G'S$
4. Задавая $H = [0 \;\; E]$ и решая уравнения (11), находим $P = P' > 0$
5. Вычисляем $K = PH'W$
6. Решаем дифференциальное уравнение (12), находим оценку $\hat{x}$.
7. По формуле (5) находим управляющее воздействие u.

4. Численная реализация.

Рассмотрим задачу управления движением некоторого летательного аппарата вдоль вертикальной оси z и угла рыскания ψ. Предполагается, что не происходит движение по осям x и y, а также вращение по углам тангажа θ и крена φ. Тогда используя математическую модель из [20] и обозначая p_1 как

$$p_1 = \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\psi} \\ z \\ \psi \end{bmatrix},$$

получим

$$\dot{p}_1 = F_1 p_1 + G_1 u_1$$

$$J_2 = \int_0^\infty \left(p_1' R p_1 + u_1' C u_1 \right) dt .$$

Допустим

$$p_+ = \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \;;\; p_- = \begin{bmatrix} z \\ \psi \end{bmatrix} \;;\; u = \begin{bmatrix} u_z \\ u_\psi \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad p_- = Hp$$

Задавая

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$R = E_4$; $C = E_2$. Здесь -E_4 , E_2 единичные матрицы соответствующих размерностей.

Принимая начальное условие

$$p_1(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 10 & 20 \end{bmatrix},$$

задавая D= $0.9 * E_4$; w=250 и решая уравнение (4), находим

$$S = \begin{bmatrix} 1.7321 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1.7321 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1.7321 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1.7321 \end{bmatrix}.$$

Вычисляем K по формуле (10)

$$K=\begin{bmatrix} 15.0 & 0 \\ 0 & 15.0 \\ 15.9687 & 0 \\ 0 & 15.9687 \end{bmatrix};$$

Допустим $p_{н-}=\begin{bmatrix} z_н \\ \psi_н \end{bmatrix}=\frac{t}{T}\begin{bmatrix} z_d \\ \psi_d \end{bmatrix}$, где в нашем примере $z_d=10, \psi_d=0$. Решая дифференциальное уравнение (12) по заданным наблюдениям, получаем p_1, u_1.

По формуле (5) находим управляющее воздействие u

$$u=\begin{bmatrix} -1.7321 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1.7321 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

В результате вычислений, проведенных по составленной программе на MATLAB получили, что при $t\to\infty$ имеем, $z\to z_d, \psi\to\psi_d$, что подтверждают нижеследующие графики.

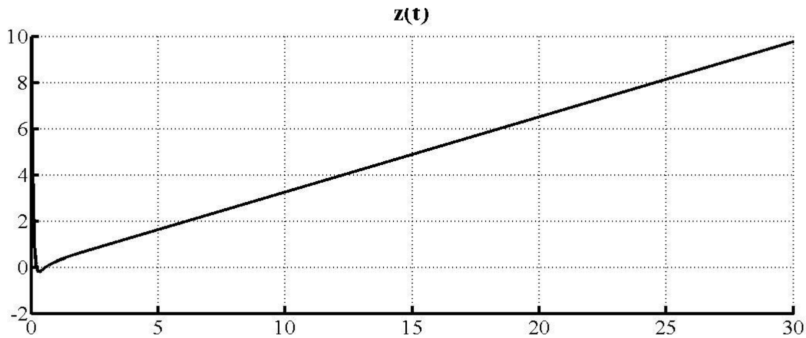

Рис.1. Движение летательного аппарата по оси z

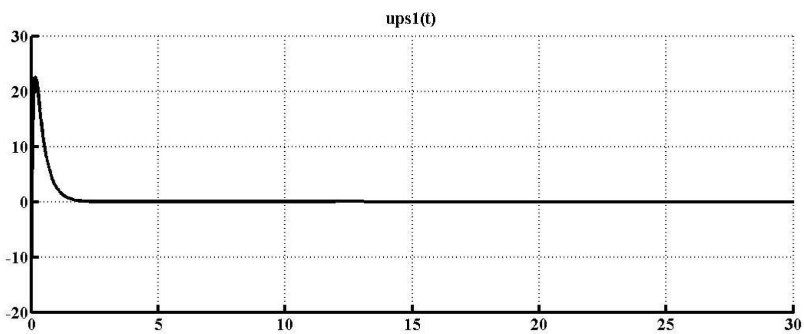

Рис.4. Зависимость управляющего воздействия u_ψ от времени t

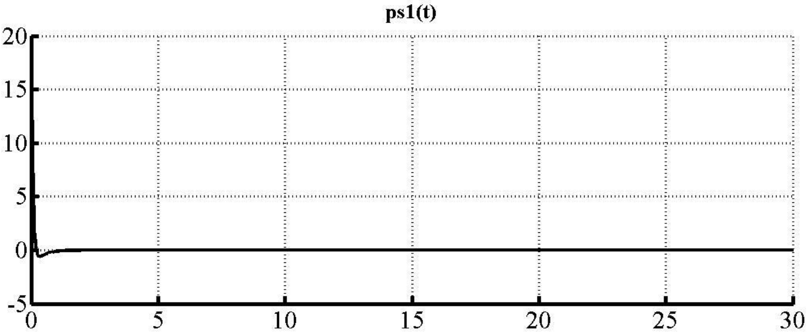

Рис.4. Зависимость изменения угла рыскания ψ от времени t

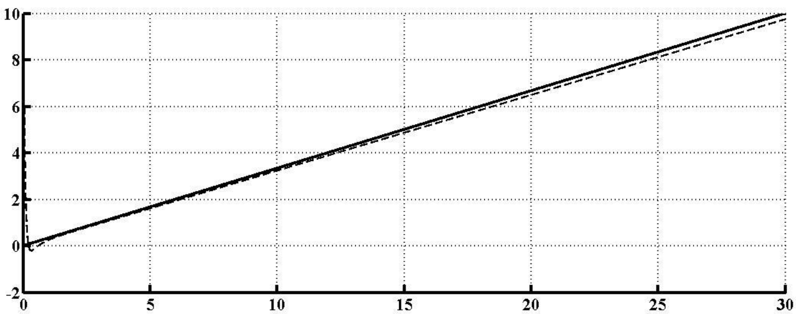

Рис.2. Сравнение движение летательного аппарата по оси z и наблюдением

5. Заключение.

В работе рассмотрена задача построения наблюдателя для линейно-квадратичной задачи оптимального управления в непрерывном случае. Задан алгоритм нахождения управляющего воздействия для решения задачи оценивания линейно-квадратичного оптимального управления.

Литература

1. Aliev F.A, Velieva N.I., Methods for the solution of the optimal stabilization of the stationary system by static output feedback, The Second International Conference "Problems of Cybernetics and Informatics" September 10-12, 2008, Baku, Azerbaijan. Section #5 "Control and Optimization", pp.15-17.
2. Aliev F.A., Asanzadeh M., Larin V.B., Velieva N.I., An inverse problem of the synthesis of optimal output variable regulators, Appl. Comput. Math., Vol.5, No.1, (2006), pp.35-44.
3. Aliev F.A., Bordyug B.A., Larin V.B., A spectral method for solving matrix algebraic Riccati equations, Doklady Akademii Nauk, Vol.292, No.4, (1987), pp.783-788.

4. Aliev F.A., Bordyug B.A., Larin V.B., Design of an optimal stationary controller, Izv. AN SSSR, Tekhnkibernetika, No.2, (1985), pp.143-151.
5. Aliev F.A., Bordyug B.A., Larin V.B., Discrete generalized algebraic Riccati equations and polynomial matrix factorization, Systems & control letters, Vol.18, No.1, (1992), pp.49-59.
6. Aliev F.A., Bordyug B.A., Larin V.B., Frequency methods of solving matrix algebraic Riccati-equations, Soviet Journal of Computer and Systems Sciences, Vol.25, No.6, (1987), pp.154-161.
7. Aliev F.A., Bordyug B.A., Larin V.B., H_2-Optimization and the State-Space Method in the Synthesis of Optimal Controllers, Baku, Elm, (1991).
8. Aliev F.A., Bordyug B.A., Larin V.B., Numerical methods for solving algebraic Riccati equations, Preprint, Vol.41, (1981).
9. Aliev F.A., Larin V.B., Optimization of Linear Control Systems: Analytical Methods and Computational Algorithms, Amsterdam: Gordon and Breach, (1998), 272p.
10. Aliev F.A., Larin V.B., Velieva N.I., Algorithms of the Synthesis of Optimal Regulators, Outskirts Press, (2022), 412 p.
11. Aliev F.A., Velieva N.I., Maradanov M.D., Algorithm for solving the synthesis problem for an optimal stabilization system with respect to the output variable, Engineering Simulation, Vol.13, No.4, (1996), pp.625-634.
12. Aliev F.A., Velieva N.I., Algorithm for solving the problem of optimal stabilization by output and their application, IFAC-PapersOnLine, Vol.51, No.30, pp.323-330.
13. Aliev F.A., Velieva N.I., Larin V.B., On the safe stabilization problem, J. of Automation and Information Scien., Vol.29, No.4$5,(1997), pp.31-41.
14. Geromel J.C., de Souza C.C., Skelton R.E., Static output feedback controllers stability and convexity, IEEE Trans. Autom. Control, Vol.43, No.1, (1998), pp.120-125.
15. Kalman R.E., Bucy R.S., New results in linear filtering and prediction theory, Trans. ASME, J. Basic Eng., Vol.83, No.1, (1961), pp.95–108.
16. Larin V.B., Stabilization of system by static output Feedback, Appl. Comput. Math., Vol.2, No.1, (2003), pp.2-12.
17. Safarova N.A., Velieva N.I., Iterative algorithms to the solution of the discrete optimal regulator problem, Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roumanie, Vol.57(105), No.4, (2014), pp.427-436.
18. Алиев Ф.А., Ларин В. Б., Науменко К. И., Сунцев В.Н., Оптимизация Линейных Инвариантных Во Времени Систем Управления, Киев: Наукова думка, (1978), 327 с.
19. Алиев Ф.А., Бордюг Б.А., Ларин В.Б., Оптимизация и Метод Пространства Состояний в Задаче Синтеза Оптимальных Регуляторов, Баку, Элм, (1994), 274 с.
20. Алиев Ф.А., Бордюг Б.А., Ларин В.Б., Методы решения матричных уравнений Риккати, 3-я конф. по диф.уравнениям и примен., Русе, Болгария, (1985).
21. Алиев Ф.А., Бордюг Б.А., Ларин В.Б., Ортогональные проекторы и решение алгебраических уравнений Риккати, Журнал вычислительной математики и математической физики, Vol.29, No.5, (1989), pp.786-791.
22. Алиев Ф.А., Бордюг Б.А., Ларин В.Б., Численный метод решения алгебраических уравнений Риккати, Мат. физика и нелинейная механика , Vol.35, No.1, (1984).

23. Алиев Ф.А., Ларин В.Б., О решении алгебраических уравнений Риккати ,Мат. физика, (1975), сс.3-9.
24. Алиев Ф.А., Ларин В.Б., Частотные методы решения матричных алгебраических уравнений Риккати, Изв. Ан Аз. ССР сер. Техн. Кибер., No.3, (1987).
25. Алиев Ф.А., Методы Решения Прикладных Задач Оптимизации Динамических Систем, Баку, Elm, (1989), 320 с.
26. Брайсон А. Хо Ю-Ши, Прикладная Теория Оптимального Управления, М.: Мир, (1972), 544 с.
27. Велиева Н.И., Алгоритм решения задачи надежной стабилизации при неполной информации (в непрерывном случае), ДАН, (2005), T.LXI N1, pp.35-43.
28. Квакернаак Х., Сиван Р., Линейные Оптимальные Системы Управления, М.: Мир, (1977), 656 с.
29. Муталлимов М.М, Джавадов Н.Г, Расулова У.З, Велиева Н.И, Алиев Ф.А., Алгоритм построения оптимальных регуляторов и фильтров для дискретной линейно-квадратичной гауссовой задачи в установившимся режиме, Proceedings of IAM, Vol.11, No.2, сс.113-119.

COMPUTATIONAL ALGORITHM FOR CONSTRUCTION OF A REGULATOR WITH INCOMPLETE FEEDBACK

M.M. Mutalilmov [1,2], N.I. Velieva [1,3], L.I. Amirova [1]

[1]Institute of Applied Mathematics of Baku State University, Baku, Azerbaijan
[2]Institute of Information Technologies, Ministry of Science and Education, Baku, Azerbaijan
[3]Azerbaijan Technical University, Baku, Azerbaijan

Abstract. The paper considers the problem of constructing an observer for a linear-quadratic optimal control problem in the continuous case. To find the control action, the linear-quadratic optimal control estimation problem is solved. The controller coefficient is found using positive definite solutions of the corresponding matrix algebraic Riccati equations.

Key words: LCQ problem, matrix algebraic Riccati equations, system of linear algebraic equations, approximate solution of differential equations.

References

1. Aliev F.A, Velieva N.I., Methods for the solution of the optimal stabilization of the stationary system by static output feedback, The Second International Conference “Problems of Cybernetics and Informatics”

September 10-12, (2008), Baku, Azerbaijan. Section #5 “Control and Optimization”, pp.15-17.
2. Aliev F.A., Asanzadeh M., Larin V.B., Velieva N.I., An inverse problem of the synthesis of optimal output variable regulators, Appl. Comput. Math., Vol.5, No.1, (2006), pp.35-44.
3. Aliev F.A., Bordyug B.A., Larin V.B., A spectral method for solving matrix algebraic Riccati equations, Doklady Akademii Nauk, Vol.292, No.4, (1987), pp.783-788.
4. Aliev F.A., Bordyug B.A., Larin V.B., Design of an optimal stationary controller, Izv. AN SSSR, Tekhnkibernetika, No.2, (1985), pp.143-151.
5. Aliev F.A., Bordyug B.A., Larin V.B., Discrete generalized algebraic Riccati equations and polynomial matrix factorization, Systems & control letters, Vol.18, No.1, (1992), pp.49-59.
6. Aliev F.A., Bordyug B.A., Larin V.B., Frequency methods of solving matrix algebraic Riccati-equations, Soviet Journal of Computer and Systems Sciences, Vol.25, No.6, (1987), pp.154-161.
7. Aliev F.A., Bordyug B.A., Larin V.B., H_2-Optimization and the State-Space Method in the Synthesis of Optimal Controllers, Baku, Elm, (1991).
8. Aliev F.A., Bordyug B.A., Larin V.B., Numerical methods for solving algebraic Riccati equations, Preprint, Vol.41, (1981).
9. Aliev F.A., Larin V.B., Optimization of linear control systems: Analytical methods and computational algorithms, Amsterdam: Gordon and Breach, (1998), 272p.
10. Aliev F.A., Larin V.B., Velieva N.I., Algorithms of the Synthesis of Optimal Regulators, Outskirts Press, (2022), 412 p.
11. Aliev F.A., Velieva N.I., Maradanov M.D., Algorithm for solving the synthesis problem for an optimal stabilization system with respect to the output variable, Engineering Simulation, Vol.13, No.4, (1996), pp.625-634.
12. Aliev F.A., Velieva N.I., Algorithm for solving the problem of optimal stabilization by output and their application, IFAC-PapersOnLine, Vol.51, No.30, pp.323-330.
13. Aliev F.A., Velieva N.I., Larin V.B., On the safe stabilization problem, J. of Automation and Information Scien., Vol.29, No.4$5, (1997), pp.31-41.
14. Geromel J.C., de Souza C.C., Skelton R.E., Static output feedback controllers stability and convexity, IEEE Trans. Autom. Control, Vol.43, No.1, (1998), pp.120-125.
15. Kalman R.E., Bucy R.S., New results in linear filtering and prediction theory, Trans. ASME, J. Basic Eng., Vol.83, No.1, (1961), pp.95–108.
16. Larin V.B., Stabilization of system by static output Feedback, Appl. Comput. Math., Vol.2, No.1, (2003), pp.2-12.
17. Safarova N.A., Velieva N.I., Iterative algorithms to the solution of the discrete optimal regulator problem, Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roumanie, Vol.57(105), No.4, (2014), pp.427-436.
18. Aliev F.A., Larin V.B., Naumenko K.I., Suncev V.N., Optimizacija Linejnyh Invariantnyh vo Vremeni Sistem Upravlenija, Kiev: Naukova dumka, (1978), 327 s. (Aliev F.A., Larin V.B., Naumenko K.I., Suntsev V.N., Optimization of Linear Time-Invariant Control Systems, Kyiv: Naukova Dumka, (1978), 327 p.) (in Russian).
19. Aliev F.A., Bordjug B.A., Larin V.B., Optimizacija i Metod Prostranstva Sostojanij v Zadache Sinteza Optimal'nyh Reguljatorov. Baku, Elm,

(1994), 274 s. (Aliev F.A., Bordyug B.A., Larin V.B., Optimization and State Space Method in the Problem of Synthesis of Optimal Controllers, Baku, Elm, (1994), 274p.) (in Russian).

20. Aliev F.A., Metody Reshenija Prikladnyh Zadach Optimizacii Dinamicheskih Sistem, Baku, Elm, (1989), 320 s. (Aliev F.A, Methods to Solve Applied Problems of Optimization of Dynamic System, Élm, Baku, (1989), 320 p.) (in Russian) .
21. Aliev F.A., Bordjug B.A., Larin V.B., Ortogonal'nye proektory i reshenie algebraicheskih uravnenij Rikkati, Zhurnal vychislitel'noj matematiki i matematicheskoj fiziki, Vol.29, No.5, (1989), s.786-791 (Aliev F.A., Bordyug B.A., Larin V.B., Orthogonal projectors and the solution of algebraic Riccati equations, Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Vol.29, No.5, (1989), pp.786-791) (in Russian).
22. Aliev F.A., Bordjug B.A., Larin V.B., Chislennyj metod reshenija algebraicheskih uravnenij Rikkati, Mat. fizika i nelinejnaja mehanika, Vol.35, No.1, (1984) (Aliev F.A., Bordyug B.A., Larin V.B., Numerical method for solving algebraic Riccati equations, Mat. physics and nonlinear mechanics, Vol.35, No1, (1984)) (in Russian).
23. Aliev F.A., Larin V.B., O reshenii algebraicheskih uravnenij Rikkati, Mat. fizika, (1975), s.3-9 (Aliev F.A., Larin V.B., On the solution of algebraic Riccati equations, Mat. Physics, (1975), pp.3-9) (in Russian).
24. Aliev F.A., Larin V.B., Chastotnye metody reshenija matrichnyh algebraicheskih uravnenij Rikkati, Izv. An Az. SSR ser. Tehn. Kiber., No.3, (1987) (Aliev F.A., Larin V.B., Frequency methods for solving matrix algebraic equations Riccati, Izv. An Az. Secret of the Soviet Union. Tech. Cyber., No. 3, (1987)) (in Russian).
25. Aliev F.A., Metody Reshenija Prikladnyh Zadach Optimizacii Dinamicheskih Sistem, Baku, Elm, (1989), 320 s (Aliev F.A., Methods for Solving Applied Problems of Optimization of Dynamic Systems, Baku, Elm, (1989), 320 p.) (in Russian).
26. Brajson A. Ho Ju-shi, Prikladnaja Teorija Optimal'nogo Upravlenija. M.: Mir, (1972), 544 s.(Bryson A., Ho Yu.Sh., Applied Theory of Optimal Control, Mir, Moscow, (1972), 544 p.) (in Russian).
27. Velieva N.I. Algoritm reshenija zadachi nadezhnoj stabilizacii pri nepolnoj informacii (v nepreryvnom sluchae) , DAN, Vol.LXI, No.1, (2005), s.35-43 (Velieva N.I., Algorithm for solving the problem of reliable stabilization with incomplete information (in the continuous case), DAN, Vol.LXI, No.1, (2005), T.LXI N1, pp.35-43) (in Russian).

28. Kvakernaak H., Sivan R., Linejnye Optimal'nye Sistemy Upravlenija, M.: Mir, (1977), 656 s. (Kvakernaak H., Sivan R., Linear Optimal Control Systems, M.: Mir, (1977), 656 p.) (in Russian).
29. Mutallimov M.M, Dzhavadov N.G, Rasulova U.Z, Velieva N.I, Aliev F.A., Algoritm postroenija optimal'nyh reguljatorov i fil'trov dlja diskretnoj linejno-kvadratichnoj gaussovoj zadachi v ustanovivshimsja rezhime, Proceedings of IAM, Vol.11, No.2, s.113-119 (Mutallimov M.M., Javadov N.G., Rasulova U.Z., Velieva N.I., Aliev F.A., Algorithm for constructing optimal controllers and filters for a discrete linear-quadratic Gaussian problem in a steady state, Proceedings of IAM, Vol.11, No.2, pp.113-119) (in Russian).