

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ НЕЧЕТКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ НА ПРИМЕРЕ ДИНАМИКИ ИЗМЕНЕНИЯ ИНДЕКСА ДОУ ДЖОНСА – ЧАСТЬ II

Р.Р. Рзаев¹, П.Э. Ализаде², Т.З. Мехтиеv¹

¹Институт Систем Управления Министерства Науки и Образования
Азербайджанской Республики, Баку, Азербайджан

²Бакинский Государственный Университет, Баку, Азербайджан
e-mail: raminrza@yahoo.com, palizade@inbox.ru, tahir.mehdiyev@gmail.com

Абстракт. На примере динамики изменения индустриального индекса Доу-Джонса за более чем годичный период рассматривается прогностическая модель нечеткого волатильного временного ряда, основанная на новых правилах фазсификации исторических данных и дефазсификации нечетких прогнозов. Предлагаемая модель базируется на внутренних связях, оформленных в виде нечетких отношений первого порядка между нечеткими множествами, описывающими данные временного ряда индекса Доу-Джонса. В конце исследования прогностическая модель оценивается на адекватность по средствам статистических критериев оценки MAPE, MPE и MSE.

Ключевые слова: индекс Доу-Джонса, нечеткий временной ряд, нечеткое множество, функция принадлежности, прогностическая модель.

AMS Subject Classification: 94D05, 93C42.

1. Введение

Существующие подходы к прогнозированию нечетких временных рядов отличаются правилами фазсификации исторических данных и дефазсификации выходов нечетких моделей (нечетких прогнозов [2]). От того насколько эти правила адекватно отражают слабо структурированные данные временного ряда посредством нечетких множеств и, соответственно, интерпретируют нечеткие прогнозы в традиционной численной манере, зависит достоверность конечных нечетких прогнозов. В [1] на примере показателей индекса Доу-Джонса нами предложен метод фазсификации исторических данных с применением системы нечеткого вывода. Тем не менее, задачи формирования качественных критериев оценки показателей индекса Доу-Джонса и нечеткой модели соответствующего временного ряда остались нерешенными. Поэтому в продолжении [1] в данной статье на базе все того же примера предлагаются авторские подходы к формированию достаточного набора критериев оценки исторических данных и к построению на их основе прогностических моделей нечетких временных рядов.

2. Постановка задачи

Объектом исследования является временной ряд индустриального индекса Доу-Джонса (DJIA – Dow Jones Industrial Average), охватывающий совокупность исторических данных за период с 15.06.2018 г. по 10.10.2019 г. (см. рис. 1) [3].

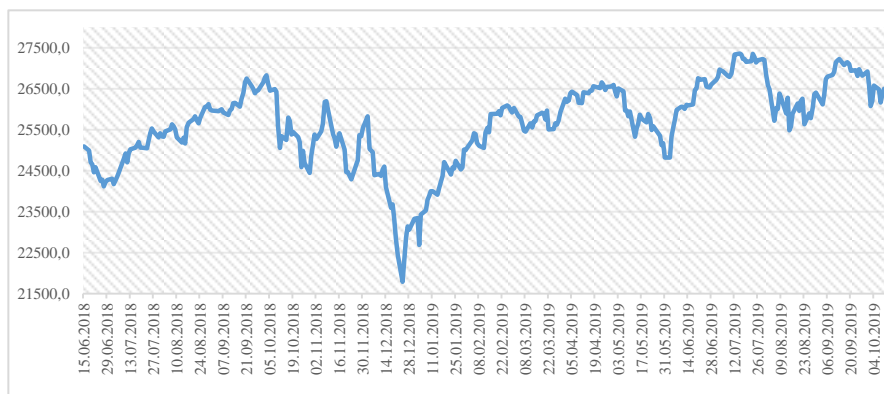


Рис. 1. Волатильный временной ряд индекса DJIA

На примере данного временного ряда в [1] был предложен новый метод фаззификации исторических данных и сформирован достаточно ограниченный набор качественных критериев оценки (КО) индекса DJIA в виде соответствующих нечетких множеств (НМ) C_k ($k=1\div 144$), которые вместе со своими точечными оценками (ТО) или, что тоже самое, с дефаззифицированными значениями сведены в Таблицу 1. Следует отметить, что дефаззификация нечетких множеств C_k осуществлена с применением α -уровневых множеств, их мощностей и правила агрегирования, т.е. так, как это описано в [1] для дефаззификации нечетких множеств A_t , описывающих соответствующие исторические данные x_t ($t=1\div 333$).

Таблица 1. Качественные критерии оценки индекса DJIA

КО	Значения функции принадлежности нечеткого подмножества универсума I											ТО
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	
C_1	0.9138	0.0412	0.0412	0.0412	0.0412	0.0412	0.0412	0.0412	0.0412	0.0412	0.0412	0.0226
C_2	0.8644	0.1200	0.1200	0.1200	0.1200	0.1200	0.1200	0.0972	0.0472	0.0172	0.0072	0.0514
C_3	0.8173	0.1960	0.1960	0.1960	0.1960	0.1960	0.1606	0.0906	0.0406	0.0106	0.0006	0.0785
C_4	0.8115	0.2051	0.2051	0.2051	0.2051	0.2051	0.1613	0.0913	0.0413	0.0113	0.0013	0.0821
C_5	0.7489	0.2985	0.2985	0.2985	0.2985	0.2730	0.1830	0.1130	0.0630	0.0330	0.0230	0.1257
C_6	0.7193	0.3392	0.3392	0.3392	0.3392	0.2896	0.1996	0.1296	0.0796	0.0496	0.0396	0.1491
C_7	0.6396	0.4393	0.4393	0.4393	0.4393	0.3461	0.2561	0.1861	0.1361	0.1061	0.0155	0.2192
C_8	0.6379	0.4414	0.4414	0.4414	0.4414	0.3475	0.2575	0.1875	0.1375	0.1075	0.0149	0.2209
C_9	0.6292	0.4514	0.4514	0.4514	0.4514	0.3545	0.2645	0.1945	0.1445	0.1145	0.0121	0.2297
C_{10}	0.5875	0.4978	0.4978	0.4978	0.4978	0.3892	0.2992	0.2292	0.1792	0.1492	0.0031	0.2758
C_{135}	0.0291	0.0391	0.0684	0.0684	0.0684	0.0684	0.0684	0.0684	0.0684	0.0684	0.8946	0.9656
C_{136}	0.0369	0.0469	0.0532	0.0532	0.0532	0.0532	0.0532	0.0532	0.0532	0.0532	0.9014	0.9717
C_{137}	0.0440	0.0516	0.0516	0.0516	0.0516	0.0516	0.0516	0.0516	0.0516	0.0516	0.9067	0.9720
C_{138}	0.0422	0.0422	0.0422	0.0422	0.0422	0.0422	0.0422	0.0422	0.0422	0.0422	0.9800	0.9785
C_{139}	0.0337	0.0337	0.0337	0.0337	0.0337	0.0337	0.0337	0.0337	0.0337	0.0337	0.9173	0.9816
C_{140}	0.0283	0.0283	0.0283	0.0283	0.0283	0.0283	0.0283	0.0283	0.0283	0.0283	0.9215	0.9846

C_{141}	0.0117	0.0217	0.0217	0.0217	0.0217	0.0217	0.0217	0.0217	0.0217	0.0217	0.0217	0.8730	0.9870
C_{142}	0.0147	0.0147	0.0147	0.0147	0.0147	0.0147	0.0147	0.0147	0.0147	0.0147	0.0147	0.9297	0.9921
C_{143}	0.0091	0.0091	0.0091	0.0091	0.0091	0.0091	0.0091	0.0091	0.0091	0.0091	0.0091	0.9351	0.9951
C_{144}	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.9423	0.9995

В терминах нечетких множеств C_k ($k = 1 \div 144$) временной ряд индекса DJIA, а также его интерпретации в нотациях ТО, сведены и выглядят так, как это представлено в Таблице 2.

Таблица 2. Модель временного ряда DJIA в терминах нечетких множеств и ТО

№	Дата	DJIA	HM	ТО	КО	Детализация	ТО
1	15.06.2018	25090.5	A_1	0.6062	C_{55}	$A_1 \cap A_{107} \cap A_{164}$	0.6051
2	18.06.2018	24987.5	A_2	0.5939	C_{51}	$A_2 \cap A_{93}$	0.5936
3	19.06.2018	24700.2	A_3	0.5330	C_{41}	$A_3 \cap A_{18} \cap A_{150}$	0.5335
4	20.06.2018	24657.8	A_4	0.5219	C_{39}	A_4	0.5219
5	21.06.2018	24461.7	A_5	0.4723	C_{32}	$A_5 \cap A_{111} \cap A_{112}$	0.4729
6	22.06.2018	24580.9	A_6	0.5024	C_{36}	$A_6 \cap A_{92} \cap A_{156}$	0.5026
7	25.06.2018	24252.8	A_7	0.4220	C_{21}	A_7	0.4220
8	26.06.2018	24283.1	A_8	0.4280	C_{23}	$A_8 \cap A_{113}$	0.4285
9	27.06.2018	24117.6	A_9	0.4013	C_{18}	$A_9 \cap A_{127}$	0.4013
10	28.06.2018	24216.1	A_{10}	0.4154	C_{20}	$A_{10} \cap A_{148}$	0.4154
.....							
98	01.11.2018	25380.7	A_{98}	0.6255	C_{60}	$A_{34} \cap A_{88} \cap A_{90} \cap A_{98} \cap A_{116} \cap A_{228} \cap A_{243}$	0.6223
99	02.11.2018	25270.8	A_{99}	0.6189	C_{59}	$A_{31} \cap A_{33} \cap A_{40} \cap A_{42} \cap A_{84} \cap A_{99} \cap A_{106} \cap A_{108} \cap A_{117} \cap A_{238}$	0.6203
100	05.11.2018	25461.7	A_{100}	0.6391	C_{64}	$A_{30} \cap A_{35} \cap A_{100} \cap A_{183}$	0.6386
101	06.11.2018	25635.0	A_{101}	0.6778	C_{73}	A_{101}	0.6778
102	07.11.2018	26180.3	A_{102}	0.8999	C_{118}	$A_{102} \cap A_{200}$	0.8998
103	08.11.2018	26191.2	A_{103}	0.9025	C_{119}	$A_{103} \cap A_{298} \cap A_{328}$	0.9047
104	09.11.2018	25989.3	A_{104}	0.8462	C_{105}	$A_{58} \cap A_{104}$	0.8479
105	12.11.2018	25387.2	A_{105}	0.6264	C_{61}	A_{105}	0.6264
106	13.11.2018	25286.5	A_{106}	0.6202	C_{59}	$A_{31} \cap A_{33} \cap A_{40} \cap A_{42} \cap A_{84} \cap A_{99} \cap A_{106} \cap A_{108} \cap A_{117} \cap A_{238}$	0.6203
107	14.11.2018	25080.5	A_{107}	0.6051	C_{55}	$A_1 \cap A_{107} \cap A_{164}$	0.6051
.....							
324	27.09.2019	26820.3	A_{324}	0.9914	C_{142}	$A_{77} \cap A_{266} \cap A_{273} \cap A_{274} \cap A_{281} \cap A_{309} \cap A_{314} \cap A_{321} \cap A_{324}$	0.9921
325	30.09.2019	26916.8	A_{325}	0.9977	C_{144}	$A_{264} \cap A_{265} \cap A_{269} \cap A_{275} \cap A_{279} \cap A_{311} \cap A_{312} \cap A_{315} \cap \dots \cap A_{320} \cap A_{322}$ $\cap A_{323} \cap A_{325}$	0.9995
326	01.10.2019	26573.0	A_{326}	0.9627	C_{134}	$A_{70} \cap A_{212} \cap A_{284} \cap A_{326} \cap A_{329}$	0.9643
327	02.10.2019	26078.6	A_{327}	0.8741	C_{111}	$A_{251} \cap A_{327}$	0.8764
328	03.10.2019	26201.0	A_{328}	0.9048	C_{119}	$A_{103} \cap A_{298} \cap A_{328}$	0.9047
329	04.10.2019	26573.7	A_{329}	0.9627	C_{134}	$A_{70} \cap A_{212} \cap A_{284} \cap A_{326} \cap A_{329}$	0.9643
330	07.10.2019	26478.0	A_{330}	0.9513	C_{131}	$A_{71} \cap A_{80} \cap A_{285} \cap A_{330} \cap A_{333}$	0.9538
331	08.10.2019	26164.0	A_{331}	0.8959	C_{117}	A_{331}	0.8959
332	09.10.2019	26346.0	A_{332}	0.9321	C_{125}	$A_{204} \cap A_{332}$	0.9320
333	10.10.2019	26496.7	A_{333}	0.9534	C_{131}	$A_{71} \cap A_{80} \cap A_{285} \cap A_{330} \cap A_{333}$	0.9538

На базе сформулированных качественных критериев оценки исторических данных индекса DJIA необходимо сформулировать и адаптировать новый подход к построению адекватной модели для прогнозирования волатильных временных рядов.

3. Прогнозирование нечеткого временного ряда индекса DJIA в терминах ТО HM на основе применения модели первого порядка

Оценивая исторические данные временного ряда индекса DJIA по средствам консолидированных критериев C_k ($k=1 \div 144$), детализация которых представлена в

Таблице 1, были выявлены внутренние связи 1-го порядка, которые в виде нечетких отношений локализуются по 144 группам так, как это представлено в Таблице 3.

Выявленные и разбитые по группам связи первого порядка представляет собой нечёткое отношение, отражающие причинно-следственные связи между качественными (нечеткими) оценками показателя индекса ДИА, как лингвистической переменной, и ее нечетким прогнозом – однозначно в виде импликации:

«Если x_t есть C_i , то x_{t+1} есть C_j » ($t=1\div 333$; $i, j=1\div 144$),

и неоднозначно в виде импликации: «Если x_t есть C_i , то x_{t+1} есть $C_{j(1)}$ или $C_{j(2)}$ или ... или $C_{j(p)}$ » ($t=1\div 333$; $i, j(1), j(2), \dots, j(p)=1\div 144$).

Таблица 3. Внутренние связи первого порядка, разбитые по группам

Группа	Связь	Группа	Связь	Группа	Связь
G1	$C_1 \Rightarrow C_1, C_4$	G49	$C_{49} \Rightarrow C_{32}, C_{53}$	G97	$C_{97} \Rightarrow C_{86}$
G2	$C_2 \Rightarrow C_{10}$	G50	$C_{50} \Rightarrow C_{27}$	G98	$C_{98} \Rightarrow C_{93}, C_{95}, C_{107}$
G3	$C_3 \Rightarrow C_1$	G51	$C_{51} \Rightarrow C_{40}, C_{41}$	G99	$C_{99} \Rightarrow C_{122}$
G4	$C_4 \Rightarrow C_6$	G52	$C_{52} \Rightarrow C_{52}, C_{54}$	G100	$C_{100} \Rightarrow C_{60}$
G5	$C_5 \Rightarrow C_8$	G53	$C_{53} \Rightarrow C_{50}, C_{54}, C_{58}$	G101	$C_{101} \Rightarrow C_{92}, C_{103}$
G6	$C_6 \Rightarrow C_5$	G54	$C_{54} \Rightarrow C_{53}, C_{54}, C_{56}, C_{58}, C_{59}, C_{63}$	G102	$C_{102} \Rightarrow C_{66}, C_{91}, C_{101}, C_{102}, C_{119}$
G7	$C_7 \Rightarrow C_3$	G55	$C_{55} \Rightarrow C_{51}, C_{54}, C_{59}$	G103	$C_{103} \Rightarrow C_{105}, C_{106}$
G8	$C_8 \Rightarrow C_9$	G56	$C_{56} \Rightarrow C_{57}, C_{60}$	G104	$C_{104} \Rightarrow C_{98}, C_{102}, C_{110}$
G9	$C_9 \Rightarrow C_2$	G57	$C_{57} \Rightarrow C_{36}, C_{45}, C_{54}, C_{55}, C_{59}, C_{69}$	G105	$C_{105} \Rightarrow C_{61}, C_{98}$
G10	$C_{10} \Rightarrow C_{11}$	G58	$C_{58} \Rightarrow C_{62}, C_{88}$	G106	$C_{106} \Rightarrow C_{113}, C_{116}, C_{127}$
G11	$C_{11} \Rightarrow C_{14}$	G59	$C_{59} \Rightarrow C_{55}, C_{56}, C_{57}, C_{58}, C_{60}, C_{62}, C_{64}, C_{68}$	G107	$C_{107} \Rightarrow C_{90}, C_{106}$
G12	$C_{12} \Rightarrow C_{13}$	G60	$C_{60} \Rightarrow C_{57}, C_{59}, C_{63}, C_{64}, C_{68}$	G108	$C_{108} \Rightarrow C_{112}, C_{126}$
G13	$C_{13} \Rightarrow C_7$	G61	$C_{61} \Rightarrow C_{59}$	G109	$C_{109} \Rightarrow C_{106}, C_{110}$
G14	$C_{14} \Rightarrow C_{15}$	G62	$C_{62} \Rightarrow C_{49}, C_{57}, C_{59}, C_{62}, C_{68}$	G110	$C_{110} \Rightarrow C_{104}, C_{109}, C_{114}, C_{121}$
G15	$C_{15} \Rightarrow C_{16}, C_{17}$	G63	$C_{63} \Rightarrow C_{60}, C_{69}, C_{95}$	G111	$C_{111} \Rightarrow C_{113}, C_{119}$
G16	$C_{16} \Rightarrow C_{16}, C_{15}$	G64	$C_{64} \Rightarrow C_{59}, C_{66}, C_{73}, C_{74}$	G112	$C_{112} \Rightarrow C_{110}$
G17	$C_{17} \Rightarrow C_{20}$	G65	$C_{65} \Rightarrow C_{64}, C_{70}$	G113	$C_{113} \Rightarrow C_{111}, C_{130}$
G18	$C_{18} \Rightarrow C_{12}, C_{20}$	G66	$C_{66} \Rightarrow C_{67}, C_{71}, C_{72}$	G114	$C_{114} \Rightarrow C_{104}, C_{126}$
G19	$C_{19} \Rightarrow C_{25}$	G67	$C_{67} \Rightarrow C_{59}, C_{75}$	G115	$C_{115} \Rightarrow C_{102}, C_{128}$
G20	$C_{20} \Rightarrow C_{22}, C_{26}$	G68	$C_{68} \Rightarrow C_{64}, C_{74}, C_{82}, C_{91}$	G116	$C_{116} \Rightarrow C_{110}, C_{115}, C_{116}$
G21	$C_{21} \Rightarrow C_{23}$	G69	$C_{69} \Rightarrow C_{63}, C_{76}, C_{79}$	G117	$C_{117} \Rightarrow C_{125}$
G22	$C_{22} \Rightarrow C_{24}$	G70	$C_{70} \Rightarrow C_{95}$	G118	$C_{118} \Rightarrow C_{119}, C_{120}$
G23	$C_{23} \Rightarrow C_{18}, C_{38}$	G71	$C_{71} \Rightarrow C_{54}, C_{59}, C_{67}$	G119	$C_{119} \Rightarrow C_{105}, C_{122}, C_{134}$
G24	$C_{24} \Rightarrow C_{19}$	G72	$C_{72} \Rightarrow C_{71}, C_{81}, C_{97}$	G120	$C_{120} \Rightarrow C_{127}$
G25	$C_{25} \Rightarrow C_{31}$	G73	$C_{73} \Rightarrow C_{118}$	G121	$C_{121} \Rightarrow C_{128}$
G26	$C_{26} \Rightarrow C_{33}, C_{41}$	G74	$C_{74} \Rightarrow C_{69}, C_{93}$	G122	$C_{122} \Rightarrow C_{72}, C_{118}$
G27	$C_{27} \Rightarrow C_{29}$	G75	$C_{75} \Rightarrow C_{72}, C_{87}$	G123	$C_{123} \Rightarrow C_{65}, C_{96}$
G28	$C_{28} \Rightarrow C_{35}$	G76	$C_{76} \Rightarrow C_{85}$	G124	$C_{124} \Rightarrow C_{132}$
G29	$C_{29} \Rightarrow C_{26}$	G77	$C_{77} \Rightarrow C_{65}$	G125	$C_{125} \Rightarrow C_{116}, C_{131}$
G30	$C_{30} \Rightarrow C_{47}$	G78	$C_{78} \Rightarrow C_{94}$	G126	$C_{126} \Rightarrow C_{128}, C_{139}$
G31	$C_{31} \Rightarrow C_{44}$	G79	$C_{79} \Rightarrow C_{60}, C_{80}$	G127	$C_{127} \Rightarrow C_{123}, C_{129}, C_{130}$
G32	$C_{32} \Rightarrow C_{23}, C_{32}, C_{36}$	G80	$C_{80} \Rightarrow C_{92}$	G128	$C_{128} \Rightarrow C_{114}, C_{127}, C_{137}$
G33	$C_{33} \Rightarrow C_{36}, C_{37}$	G81	$C_{81} \Rightarrow C_{99}, C_{107}$	G129	$C_{129} \Rightarrow C_{71}, C_{102}, C_{124}, C_{125}, C_{130}$
G34	$C_{34} \Rightarrow C_{42}$	G82	$C_{82} \Rightarrow C_{104}$	G130	$C_{130} \Rightarrow C_{130}, C_{131}, C_{132}, C_{133}, C_{134}, C_{136}$
G35	$C_{35} \Rightarrow C_{34}$	G83	$C_{83} \Rightarrow C_{75}$	G131	$C_{131} \Rightarrow C_{81}, C_{117}, C_{127}, C_{129}$
G36	$C_{36} \Rightarrow C_{21}, C_{51}, C_{52}$	G84	$C_{84} \Rightarrow C_{102}$	G132	$C_{132} \Rightarrow C_{129}, C_{135}, C_{137}, C_{140}$
G37	$C_{37} \Rightarrow C_{18}$	G85	$C_{85} \Rightarrow C_{78}, C_{90}$	G133	$C_{133} \Rightarrow C_{132}, C_{133}, C_{135}$
G38	$C_{38} \Rightarrow C_{34}, C_{43}$	G86	$C_{86} \Rightarrow C_{66}, C_{108}$	G134	$C_{134} \Rightarrow C_{111}, C_{131}, C_{132}$
G39	$C_{39} \Rightarrow C_{32}$	G87	$C_{87} \Rightarrow C_{109}$	G135	$C_{135} \Rightarrow C_{129}, C_{130}, C_{139}$
G40	$C_{40} \Rightarrow C_{30}$	G88	$C_{88} \Rightarrow C_{79}$	G136	$C_{136} \Rightarrow C_{130}, C_{141}$
G41	$C_{41} \Rightarrow C_{28}, C_{39}, C_{49}$	G89	$C_{89} \Rightarrow C_{77}$	G137	$C_{137} \Rightarrow C_{135}, C_{140}$

G42	$C_{42} \Rightarrow C_{33}$	G90	$C_{90} \Rightarrow C_{83}, C_{89}$	G138	$C_{138} \Rightarrow C_{139}, C_{141}$
G43	$C_{43} \Rightarrow C_{60}$	G91	$C_{91} \Rightarrow C_{53}, C_{100}$	G139	$C_{139} \Rightarrow C_{133}, C_{138}, C_{139}, C_{141}, C_{142}$
G44	$C_{44} \Rightarrow C_{48}$	G92	$C_{92} \Rightarrow C_{98}, C_{108}$	G140	$C_{140} \Rightarrow C_{134}, C_{139}$
G45	$C_{45} \Rightarrow C_{46}$	G93	$C_{93} \Rightarrow C_{85}, C_{103}$	G141	$C_{141} \Rightarrow C_{142}, C_{143}, C_{144}$
G46	$C_{46} \Rightarrow C_{60}$	G94	$C_{94} \Rightarrow C_{86}$	G142	$C_{142} \Rightarrow C_{136}, C_{141}, C_{142}, C_{143}, C_{144}$
G47	$C_{47} \Rightarrow C_{56}$	G95	$C_{95} \Rightarrow C_{84}, C_{96}, C_{115}$	G143	$C_{143} \Rightarrow C_{134}, C_{138}, C_{142}, C_{143}, C_{144}$
G48	$C_{48} \Rightarrow C_{41}$	G96	$C_{96} \Rightarrow C_{101}, C_{123}$	G144	$C_{144} \Rightarrow C_{134}, C_{139}, C_{142}, C_{143}, C_{144}$

Выявленные и разбитые по группам связи 1-го порядка представляет собой нечёткое отношение, отражающие причинно-следственные связи между качественными (нечеткими) оценками показателя индекса ДЛИА, как лингвистической переменной, и ее нечетким прогнозом – однозначно в виде импликации:

$$\text{«Если } x_t \text{ есть } C_i, \text{ то } x_{t+1} \text{ есть } C_j \text{» } (t=1 \div 333; i, j = 1 \div 144),$$

и неоднозначно в виде импликации:

$$\text{«Если } x_t \text{ есть } C_i, \text{ то } x_{t+1} \text{ есть } C_{j(1)} \text{ или } C_{j(2)} \text{ или } \dots \text{ или } C_{j(p)} \text{» } (t=1 \div 333; i, j(1), j(2), \dots, j(p)=1 \div 144).$$

Если в однозначном случае все предельно ясно, то в случае наличия двух и более альтернативных нечетких выводов консолидация прогноза осуществляется с применением логической операции «ИЛИ». В частности, для нечетких отношений: $C_{36} \Rightarrow C_{21}, C_{51}, C_{52}$ (см. Таблицу 3, Группа 36) имеем:

$$\text{«Если } x_t \text{ есть } C_{36}, \text{ то } x_{t+1} \text{ есть } C_{21} \text{ или } C_{51} \text{ или } C_{52}\text{»},$$

где обобщенным прогнозом будем считать нечеткое множество $F = C_{21} \cup C_{51} \cup C_{52}$ с функцией принадлежности [3]: $\mu_F(u) = \mu_{C_{21} \cup C_{51} \cup C_{52}}(u) = \max\{\mu_{C_{21}}(u), \mu_{C_{51}}(u), \mu_{C_{52}}(u)\}$.

В Таблице 4 представлены обобщающие нечёткие множества, отражающие следствия в группах связей 1-го порядка.

Таблица 4. Обобщающие нечёткие множества, отражающие следствия в группах связей 1-го порядка

HM	Значения функции принадлежности											ТО
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	
F_1	0.9138	0.2051	0.2051	0.2051	0.2051	0.2051	0.1613	0.0913	0.0413	0.0412	0.0412	0.0767
F_2	0.5875	0.4978	0.4978	0.4978	0.4978	0.3892	0.2992	0.2292	0.1792	0.1492	0.0031	0.2758
F_3	0.9138	0.0412	0.0412	0.0412	0.0412	0.0412	0.0412	0.0412	0.0412	0.0412	0.0412	0.0226
F_4	0.7193	0.3392	0.3392	0.3392	0.3392	0.2896	0.1996	0.1296	0.0796	0.0496	0.0396	0.1491
F_5	0.6379	0.4414	0.4414	0.4414	0.4414	0.3475	0.2575	0.1875	0.1375	0.1075	0.0149	0.2209
F_6	0.7489	0.2985	0.2985	0.2985	0.2985	0.2730	0.1830	0.1130	0.0630	0.0330	0.0230	0.1257
F_7	0.8173	0.1960	0.1960	0.1960	0.1960	0.1960	0.1606	0.0906	0.0406	0.0106	0.0006	0.0785
F_8	0.6292	0.4514	0.4514	0.4514	0.4514	0.3545	0.2645	0.1945	0.1445	0.1145	0.0121	0.2297
F_9	0.8644	0.1200	0.1200	0.1200	0.1200	0.1200	0.1200	0.0972	0.0472	0.0172	0.0072	0.0514
F_{10}	0.5381	0.5487	0.5487	0.5487	0.5428	0.4328	0.3428	0.2728	0.2228	0.1928	0.0000	0.3338
.....												
F_{135}	0.0337	0.0337	0.0463	0.0963	0.1263	0.1263	0.1263	0.1263	0.1263	0.1263	0.9173	0.9472
F_{136}	0.0117	0.0217	0.0463	0.0963	0.1161	0.1161	0.1161	0.1161	0.1161	0.1161	0.8730	0.9500
F_{137}	0.0291	0.0391	0.0684	0.0684	0.0684	0.0684	0.0684	0.0684	0.0684	0.0684	0.9215	0.9666
F_{138}	0.0337	0.0337	0.0337	0.0337	0.0337	0.0337	0.0337	0.0337	0.0337	0.0337	0.9173	0.9816
F_{139}	0.0422	0.0422	0.0585	0.0834	0.0834	0.0834	0.0834	0.0834	0.0834	0.0834	0.9800	0.9629
F_{140}	0.0337	0.0337	0.0625	0.0737	0.0737	0.0737	0.0737	0.0737	0.0737	0.0737	0.9173	0.9648
F_{141}	0.0147	0.0147	0.0147	0.0147	0.0147	0.0147	0.0147	0.0147	0.0147	0.0147	0.9423	0.9922
F_{142}	0.0369	0.0469	0.0532	0.0532	0.0532	0.0532	0.0532	0.0532	0.0532	0.0532	0.9423	0.9730
F_{143}	0.0422	0.0422	0.0625	0.0737	0.0737	0.0737	0.0737	0.0737	0.0737	0.0737	0.9800	0.9662
F_{144}	0.0337	0.0337	0.0625	0.0737	0.0737	0.0737	0.0737	0.0737	0.0737	0.0737	0.9423	0.9657

Таким образом, в нотации ТО нечетких множеств, отражающих показатели индекса ДЖА, прогностическая модель нечеткого временного ряда, построенная на базе внутренних связей первого порядка, или просто, модель первого порядка индуцирует дефаззифицированные выходы (прогнозы) в масштабе отрезка $[0, 1]$, которые представлены в Таблице 5. Геометрическая интерпретация модели в сравнении с временным рядом индекса ДЖА в нотации ТО нечетких множеств представлена на рис. 2.

Таблица 5. Прогностическая модель временного ряда ДЖА

№	Дата	Нечеткий ДЖА		КО	Группа связей 1-го порядка	Выход модели (прогноз)		Детализация нечеткого выхода
		Знак	ТО			Знак	ТО	
1	15.06.2018	A ₁	0.6062	C ₅₅	C ₅₅ ⇒C ₅₁ , C ₅₄ , C ₅₉	-	-	
2	18.06.2018	A ₂	0.5939	C ₅₁	C ₅₁ ⇒C ₄₀ , C ₄₁	F ₅₅	0.6203	C ₅₁ ∪C ₅₄ ∪C ₅₉
3	19.06.2018	A ₃	0.5330	C ₄₁	C ₄₁ ⇒C ₂₈ , C ₃₉ , C ₄₉	F ₅₁	0.5318	C ₄₀ ∪C ₄₁
4	20.06.2018	A ₄	0.5219	C ₃₉	C ₃₉ ⇒C ₃₂	F ₄₁	0.4557	C ₂₈ ∪C ₃₉ ∪C ₄₉
5	21.06.2018	A ₅	0.4723	C ₃₂	C ₃₂ ⇒C ₂₃ , C ₃₂ , C ₃₆	F ₃₉	0.4729	C ₃₂
6	22.06.2018	A ₆	0.5024	C ₃₆	C ₃₆ ⇒C ₂₁ , C ₅₁ , C ₅₂	F ₃₂	0.4546	C ₂₃ ∪C ₃₂ ∪C ₃₆
7	25.06.2018	A ₇	0.4220	C ₂₁	C ₂₁ ⇒C ₂₃	F ₃₆	0.5240	C ₂₁ ∪C ₅₁ ∪C ₅₂
8	26.06.2018	A ₈	0.4280	C ₂₃	C ₂₃ ⇒C ₁₈ , C ₃₈	F ₂₁	0.4285	C ₂₃
9	27.06.2018	A ₉	0.4013	C ₁₈	C ₁₈ ⇒C ₁₂ , C ₂₀	F ₂₃	0.4298	C ₁₈ ∪C ₃₈
10	28.06.2018	A ₁₀	0.4154	C ₂₀	C ₂₀ ⇒C ₂₂ , C ₂₆	F ₁₈	0.3512	C ₁₂ ∪C ₂₀
.....								
98	01.11.2018	A ₉₈	0.6255	C ₆₀	C ₆₀ ⇒C ₅₇ , C ₅₉ , C ₆₃ , C ₆₄ , C ₆₈	F ₅₆	0.6223	C ₅₇ ∪C ₆₀
99	02.11.2018	A ₉₉	0.6189	C ₅₉	C ₅₉ ⇒C ₅₅ , C ₅₆ , C ₅₇ , C ₅₈ , C ₆₀ , C ₆₂ , C ₆₄ , C ₆₈	F ₆₀	0.6359	C ₅₇ ∪C ₅₉ ∪C ₆₃ ∪C ₆₄ ∪C ₆₈
100	05.11.2018	A ₁₀₀	0.6391	C ₆₄	C ₆₄ ⇒C ₅₉ , C ₆₆ , C ₇₃ , C ₇₄	F ₅₉	0.6321	C ₅₅ ∪C ₅₆ ∪C ₅₇ ∪C ₅₈ ∪C ₆₀ ∪C ₆₂ ∪C ₆₄ ∪C ₆₈
101	06.11.2018	A ₁₀₁	0.6778	C ₇₃	C ₇₃ ⇒C ₁₁₈	F ₆₄	0.6404	C ₅₉ ∪C ₆₆ ∪C ₇₃ ∪C ₇₄
102	07.11.2018	A ₁₀₂	0.8999	C ₁₁₈	C ₁₁₈ ⇒C ₁₁₉ , C ₁₂₀	F ₇₃	0.8998	C ₁₁₈
103	08.11.2018	A ₁₀₃	0.9025	C ₁₁₉	C ₁₁₉ ⇒C ₁₀₅ , C ₁₂₂ , C ₁₃₄	F ₁₁₈	0.9057	C ₁₁₉ ∪C ₁₂₀
104	09.11.2018	A ₁₀₄	0.8462	C ₁₀₅	C ₁₀₅ ⇒C ₆₁ , C ₉₈	F ₁₁₉	0.8777	C ₁₀₅ ∪C ₁₂₂ ∪C ₁₃₄
105	12.11.2018	A ₁₀₅	0.6264	C ₆₁	C ₆₁ ⇒C ₅₉	F ₁₀₅	0.6643	C ₆₁ ∪C ₉₈
106	13.11.2018	A ₁₀₆	0.6202	C ₅₉	C ₅₉ ⇒C ₅₅ , C ₅₆ , C ₅₇ , C ₅₈ , C ₆₀ , C ₆₂ , C ₆₄ , C ₆₈	F ₆₁	0.6203	C ₅₉
107	14.11.2018	A ₁₀₇	0.6051	C ₅₅	C ₅₅ ⇒C ₅₁ , C ₅₄ , C ₅₉	F ₅₉	0.6321	C ₅₅ ∪C ₅₆ ∪C ₅₇ ∪C ₅₈ ∪C ₆₀ ∪C ₆₂ ∪C ₆₄ ∪C ₆₈
.....								
324	27.09.2019	A ₃₂₄	0.9914	C ₁₄₂	C ₁₄₂ ⇒C ₁₃₆ , C ₁₄₁ , C ₁₄₂ , C ₁₄₃ , C ₁₄₄	F ₁₄₄	0.9657	C ₁₃₄ ∪C ₁₃₉ ∪C ₁₄₂ ∪C ₁₄₃ ∪C ₁₄₄
325	30.09.2019	A ₃₂₅	0.9977	C ₁₄₄	C ₁₄₄ ⇒C ₁₃₄ , C ₁₃₉ , C ₁₄₂ , C ₁₄₃ , C ₁₄₄	F ₁₄₂	0.9730	C ₁₃₆ ∪C ₁₄₁ ∪C ₁₄₂ ∪C ₁₄₃ ∪C ₁₄₄
326	01.10.2019	A ₃₂₆	0.9627	C ₁₃₄	C ₁₃₄ ⇒C ₁₁₁ , C ₁₃₁ , C ₁₃₂	F ₁₄₄	0.9657	C ₁₃₄ ∪C ₁₃₉ ∪C ₁₄₂ ∪C ₁₄₃ ∪C ₁₄₄
327	02.10.2019	A ₃₂₇	0.8741	C ₁₁₁	C ₁₁₁ ⇒C ₁₁₃ , C ₁₁₉	F ₁₃₄	0.8944	C ₁₁₁ ∪C ₁₃₁ ∪C ₁₃₂
328	03.10.2019	A ₃₂₈	0.9048	C ₁₁₉	C ₁₁₉ ⇒C ₁₀₅ , C ₁₂₂ , C ₁₃₄	F ₁₁₁	0.8872	C ₁₁₃ ∪C ₁₁₉
329	04.10.2019	A ₃₂₉	0.9627	C ₁₃₄	C ₁₃₄ ⇒C ₁₁₁ , C ₁₃₁ , C ₁₃₂	F ₁₁₉	0.8777	C ₁₀₅ ∪C ₁₂₂ ∪C ₁₃₄
330	07.10.2019	A ₃₃₀	0.9513	C ₁₃₁	C ₁₃₁ ⇒C ₈₁ , C ₁₁₇ , C ₁₂₇ , C ₁₂₉	F ₁₃₄	0.8944	C ₁₁₁ ∪C ₁₃₁ ∪C ₁₃₂
331	08.10.2019	A ₃₃₁	0.8959	C ₁₁₇	C ₁₁₇ ⇒C ₁₂₅	F ₁₃₁	0.8127	C ₈₁ ∪C ₁₁₇ ∪C ₁₂₇ ∪C ₁₂₉
332	09.10.2019	A ₃₃₂	0.9321	C ₁₂₅	C ₁₂₅ ⇒C ₁₁₆ , C ₁₃₁	F ₁₁₇	0.9320	C ₁₂₅
333	10.10.2019	A ₃₃₃	0.9534	C ₁₃₁	C ₁₃₁ ⇒C ₈₁ , C ₁₁₇ , C ₁₂₇ , C ₁₂₉	F ₁₂₅	0.9055	C ₁₁₆ ∪C ₁₃₁
						MSE	0.0020	

	MAPE	4.4879
	MPE	-0.4391

В конце Таблицы 5 приведены значения среднеквадратической ошибки MSE (Mean Squared Error), средней абсолютной ошибки в процентах MAPE (Mean Absolute Percentage Error) и средней процентной ошибки MPE (Mean Percentage Error), которые в определенной степени отражают адекватность предлагаемой модели. Ошибки по этим критериям рассчитываются по формулам [5]:

$$MSE = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m (F_t - A_t)^2, \quad MAPE = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m \frac{|F_t - A_t|}{A_t} \times 100\%, \quad MPE = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m \frac{F_t - A_t}{A_t} \times 100\%,$$

где m – длина временного ряда; A_t – значение DJIA в момент t ; F_t – прогноз A_t .

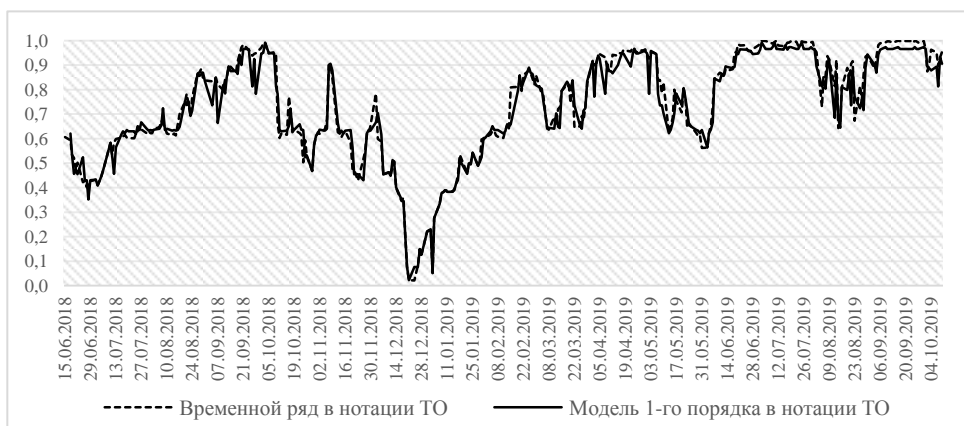


Рис. 2. Прогностическая модель 1-го порядка в нотации ТО

Критерий MSE наиболее часто используется при выборе оптимальной модели прогнозирования и подчеркивает возможные существенные ошибки в прогнозах. В нашем случае $MSE=0.0020$ (см. Таблицу 5) указывает на чересчур низкую погрешность прогнозирования. Показатель MAPE демонстрирует насколько велики ошибки прогноза в сравнении с реальными значениями временного ряда. MPE является более информативным критерием для оценки адекватности модели прогнозирования, определяющий «смещённость» построенного прогноза, то есть его постоянное занижение или завышение. В данном случае показатель $MPE=-0.4391\%$ (см. Таблицу 5) отражает незначительную *смещённость* прогностической модели, не превышающую нормативного 5%-го порога слева. В случае, если бы наблюдалось большое отрицательное процентное значение MPE, то построенная модель считалась бы «переоценивающей». Если же показатель MPE отражал бы большое положительное процентное значение, т.е. выходящее за рамки 5%-го порога справа, то модель считалась бы «недооценивающей».

4. Прогнозирование временного ряда индекса DJIA в номинальных значениях на основе применения нечёткой модели первого порядка

После прогнозирования нечеткого временного ряда индекса ДИА в терминах точечных оценок нечётких выходов модели (прогнозов) в масштабе единичного отрезка, самое время отразить их в номинальных значениях. Для этого воспользуемся трехслойной feedforward нейронной сетью, представленной на рис. 3. Для построения аппроксимационной нейронной сети за основу выбрано множество обучающих пар $\{(A_i^{\text{def}}, x_i)\}_{i=1}^{36}$, где x_i – показатель ДИА на момент времени t ; A_i^{def} – дефазифицированное значение (ТО) нечёткого множества A_i , отражающего показатель x_i . После обучения и тестирования (см. рис. 4) нейронная сеть аппроксимирует функцию $x_i = f(A_i^{\text{def}})$, представленную в виде Таблицы 6.

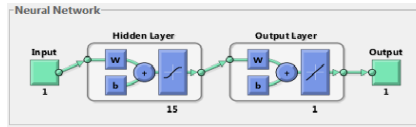


Рис. 3. Трехслойная feedforward нейронная сеть в нотации MATLAB

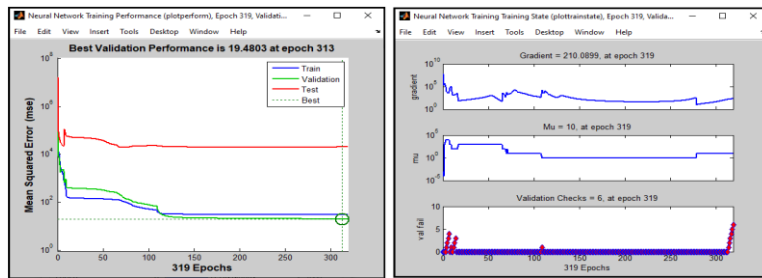


Рис. 4. Нейронная аппроксимация функции $x_i = f(A_i^{\text{def}})$ в нотации MATLAB

Таблица 6. Табличное представление функции $x_i = f(A_i^{\text{def}})$

t	A_i^{def}	x_i	t	A_i^{def}	x_i	t	A_i^{def}	x_i	t	A_i^{def}	x_i
1	0.6062	25090.5	35	0.6392	25462.6	69	0.9835	26743.5	103	0.9025	26191.2
2	0.5939	24987.5	36	0.6467	25502.2	70	0.9615	26562.1	104	0.8462	25989.3
3	0.5330	24700.2	37	0.6736	25628.9	71	0.9529	26492.2	105	0.6264	25387.2
4	0.5219	24657.8	38	0.6614	25583.8	72	0.9384	26385.3	106	0.6202	25286.5
5	0.4723	24461.7	39	0.6474	25509.2	73	0.9465	26439.9	107	0.6051	25080.5
6	0.5024	24580.9	40	0.6204	25313.1	74	0.9489	26458.3	108	0.6205	25289.3
7	0.4220	24252.8	41	0.6143	25187.7	75	0.9712	26651.2	109	0.6314	25413.2
8	0.4280	24283.1	42	0.6213	25299.9	76	0.9870	26773.9	110	0.5844	25017.4
9	0.4013	24117.6	43	0.6125	25162.4	77	0.9921	26828.4	111	0.4733	24465.6
10	0.4154	24216.1	44	0.6569	25558.7	78	0.9687	26627.5	112	0.4730	24464.7
11	0.4256	24271.4	45	0.7003	25669.3	79	0.9475	26447.1	113	0.4286	24286.0
12	0.4332	24307.2	46	0.7517	25758.7	80	0.9523	26486.8	114	0.5173	24640.2
13	0.4089	24174.8	47	0.7827	25822.3	81	0.9452	26430.6	115	0.5457	24748.7
14	0.4448	24356.7	48	0.7383	25733.6	82	0.6641	25598.7	116	0.6237	25366.4
15	0.4709	24456.5	49	0.6924	25657.0	83	0.6021	25052.8	117	0.6221	25338.8
16	0.5530	24776.6	50	0.7677	25790.4	84	0.6220	25340.0	118	0.6533	25538.5
17	0.5835	24919.7	51	0.8656	26049.6	85	0.6159	25250.6	119	0.7845	25826.4
18	0.5330	24700.5	52	0.8699	26064.0	86	0.7716	25798.4	120	0.5991	25027.1
19	0.5844	24924.9	53	0.8862	26124.6	87	0.7230	25706.7	121	0.5881	24947.7
20	0.5981	25019.4	54	0.8454	25986.9	88	0.6254	25379.5	122	0.4531	24389.0
21	0.6034	25064.4	55	0.8378	25964.8	89	0.6359	25444.3	123	0.4622	24423.3

22	0.6090	25119.9	56	0.8337	25952.5	90	0.6225	25317.4	124	0.4482	24370.2
23	0.6150	25199.3	57	0.8412	25975.0	91	0.6145	25191.4	125	0.4892	24527.3
24	0.6034	25064.5	58	0.8485	25995.9	92	0.5030	24583.4	126	0.5065	24597.4
25	0.6027	25058.1	59	0.8211	25916.5	93	0.5936	24984.6	127	0.3992	24100.5
26	0.6011	25044.3	60	0.7978	25857.1	94	0.5298	24688.3	128	0.3448	23593.0
27	0.6173	25241.9	61	0.8398	25971.1	95	0.4673	24442.9	129	0.3600	23675.6
28	0.6316	25414.1	62	0.8495	25998.9	96	0.5752	24874.6	130	0.2192	23323.7
29	0.6513	25527.1	63	0.8914	26146.0	97	0.6086	25115.8	131	0.0785	22859.6
30	0.6371	25451.1	64	0.8936	26154.7	98	0.6255	25380.7	132	0.0226	22445.4
31	0.6218	25306.8	65	0.8693	26062.1	99	0.6189	25270.8	133	0.0216	21792.2
32	0.6318	25415.2	66	0.9147	26247.0	100	0.6391	25461.7	134	0.0821	22878.5
33	0.6223	25333.8	67	0.9416	26405.8	101	0.6778	25635.0	135	0.1491	23138.8
34	0.6227	25326.2	68	0.9720	26657.0	102	0.8999	26180.3	136	0.1257	23062.4

После аппроксимации функции $x_t = f(A_t^{def})$ обученная нейронная сеть индуцирует на своём выходе номинальные прогнозные значения для временного ряда индекса DJIA, соответствующие дефазифицированным аналогам нечётких выходов, представленным в Таблице 5. Полученные таким образом прогнозы сведены в Таблицу 7, а сама модель 1-го порядка нечеткого временного ряда индекса DJIA интерпретирована на рис. 5 на фоне исходного временного ряда.

Таблица 7. Прогнозирование временного ряда с учётом связей 1-го порядка

№	Дата	DJIA	Прогноз	№	Дата	DJIA	Прогноз	№	Дата	DJIA	Прогноз
1	15.06.2018	25090.5	-								
2	18.06.2018	24987.5	25299	98	01.11.2018	25380.7	25329	324	27.09.2019	26820.3	26598
3	19.06.2018	24700.2	24694	99	02.11.2018	25270.8	25446	325	30.09.2019	26916.8	26661
4	20.06.2018	24657.8	24400	100	05.11.2018	25461.7	25424	326	01.10.2019	26573.0	26598
5	21.06.2018	24461.7	24463	101	06.11.2018	25635.0	25469	327	02.10.2019	26078.6	26157
6	22.06.2018	24580.9	24396	102	07.11.2018	26180.3	26179	328	03.10.2019	26201.0	26129
7	25.06.2018	24252.8	24664	103	08.11.2018	26191.2	26205	329	04.10.2019	26573.7	26093
8	26.06.2018	24283.1	24285	104	09.11.2018	25989.3	26093	330	07.10.2019	26478.0	26157
9	27.06.2018	24117.6	24291	105	12.11.2018	25387.2	25599	331	08.10.2019	26164.0	25895
10	28.06.2018	24216.1	23537	106	13.11.2018	25286.5	25299	332	09.10.2019	26346.0	26342
				107	14.11.2018	25080.5	25424	333	10.10.2019	26496.7	26204
<i>MSE</i>											72100.5
<i>MAPE</i>											0.6830
<i>MPE</i>											-0.2530

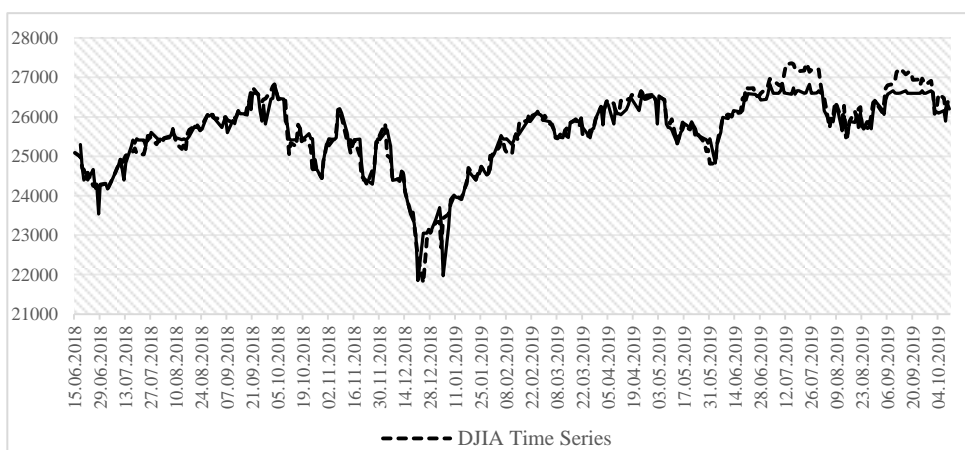


Рис. 5. Прогностическая модель 1-го порядка в номинальных значениях

В конце Таблицы 7 приведены значения показателей $MSE = 72100.5$, $MAPE = 0.6830$ и $MPE = -0.2530$, отражающие адекватность прогностической модели в номинальных значениях индекса ДЛИА. В данном случае значение MSE отражает относительно большую погрешность в прогнозировании, что объясняется недостаточно удовлетворительным обучением нейронной сети ($\varepsilon=19.4803$, см. Рис. 4). Тем не менее, показатель $MAPE$ демонстрирует приемлемую величину ошибки прогноза в сравнении с реальными значениями временного ряда. MPE , как более информативный критерий, отражает незначительную смещённость прогностической модели, не превышающую нормативного 5%-го порога слева.

Сравнивая по качеству две предложенные модели, нетрудно заметить, что прогностическая модель в номинальных величинах индекса ДЛИА существенно уступает прогностической модели индекса ДЛИА в терминах ТО соответствующих нечетких множеств. Поэтому применяя прогностическую модель в терминах ТО, в качестве прогноза индекса ДЛИА на 334-й период получим число $A_{334}^{def} = 0.8127$ (ТО нечеткого прогноза $F_{131} = C_{81} \cup C_{117} \cup C_{127} \cup C_{129}$), которое построенная нейронная сеть (см. рис. 3) интерпретирует в виде номинальной величины 26204.

5. Заключение

На примере волатильного временного ряда индекса ДЛИА предложен новый метод фаззификации исторических данных, основанный на применении системы нечеткого вывода. Из-за избыточности нечетких интерпретаций слабо структурированных данных, составленных по числу показателей индекса ДЛИА, произведена кластеризация нечетких множеств и сформирован в определенном смысле оптимальный набор соответствующих критериев оценки. Применение данного подхода к фаззификации исторических данных позволяет воссоздать нечёткий аналог временного ряда и на его основе применить ту или иную прогностическую модель.

В статье рассмотрена прогностическая модель, основанная на внутренних связях только 1-го порядка. Конечно, следовало бы также рассмотреть внутренние связи 2-го и старших порядков, что предоставило бы дополнительные ресурсы для качественного улучшения предлагаемого подхода. В этом случае полученные результаты можно было бы сравнивать с существующими подходами, например с прогностическими моделями С. Чена [6, 7] (S. Chen), К. Ченга и др. [8] (C. Cheng), Н. Кумара и др. [9] (N. Kumar), Дж. Поулсена [10] (J. Poulsen), К. Сонга и Б. Чиссома [11, 12] (Q. Song, B. Chissom). Но в виду громоздкости вычислений в данной статье это не предоставляется возможным.

Литература

1. Рзаев Р.Р., Ализаде П.Э., Мехтиев Т.З. Об одном подходе к прогнозированию нечетких временных рядов на примере динамики

изменения индекса Доу Джонса – Часть I, Proceedings of IAM, V.11, N.2, 2022, pp.87-102.

2. Aliev F.A., Niftiyev A.A. Zeynalov J.I. Optimal synthesis problem for the fuzzy systems in semi-infinite interval, Appl. Comput. Math 2011, V.10, N 1, pp. 97-105.
3. Dow Jones, industrial index. URL: <https://ru.tradingview.com/symbols/DJ-DJI/> (дата обращения 11.03.2022).
4. Zadeh L.A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, Information sciences, V.8, N.3, 1975, pp.199–249.
5. Lewis K.D. Methods for Forecasting Economic Indicators, Moscow, Finance and statistics, 1986, 133 p. (in Russian).
6. Chen S.M. Forecasting enrollments based on fuzzy time series, Fuzzy Sets and Systems, V.81, 1996, pp.311-319.
7. Chen S.M. Forecasting enrollments based on high-order fuzzy time series, Cybernetics and Systems, V.33, N.1, 2002, pp.1-16.
8. Cheng C.H., Chang J.R., Yen C.A. Entropy-based and trapezoid fuzzification fuzzy time series approaches for forecasting IT project cost, Technological Forecasting & Social Change, V.73, 2006, pp.524-542.
9. Kumar N. et al. Fuzzy time series forecasting of wheat production, International Journal on Computer Science and Engineering, V.2, N.3, 2010, pp.635-640.
10. Poulsen J.R. Fuzzy Time Series Forecasting – Developing a new forecasting model based on high order fuzzy time series, AAUE: CIS 4, 2009, 67 p.
11. Song Q., Chissom B.S. Forecasting enrollments with fuzzy time series – part I. Fuzzy Sets and Systems, V.54, 1993, pp.269-277.
12. Song Q., Chissom B.S. Forecasting enrollments with fuzzy time series – part II, Fuzzy Sets and Systems, V.62, 1994, pp.1-8.

**ABOUT ONE APPROACH TO PREDICTION OF FUZZY TIME SERIES ON THE
EXAMPLE OF THE DYNAMICS OF CHANGE IN THE DOW-JONES INDEX –
PART II**

R.R. Rzayev¹, P.E. Alizada², T.P. Mehdiyev¹

¹Institute of Control Systems of the Ministry of Science and Education of the Republic of Azerbaijan, Baku, Azerbaijan

²Baku State University, Baku, Azerbaijan

e-mail: raminrza@yahoo.com, palizade@inbox.ru, tahir.mehdiyev@gmail.com

Abstract. Using the example of the dynamics of the Dow Jones industrial index for more than a year, a predictive model of a fuzzy volatile time series is considered, based on new rules for fuzzifying historical data and defuzzifying fuzzy forecasts. The proposed model is based on internal relationships, designed as first-order fuzzy relations between fuzzy sets describing the data of the Dow Jones index time series. At the end of the study, the predictive model is evaluated for adequacy using the statistical criteria MAPE, MPE and MSE.

Keywords. Dow Jones index, fuzzy time series, fuzzy set, membership function, predictive model.

References

1. Rzaev R.R., Alizada P.E., Mehdiyev T.Z. About one approach to prediction of fuzzy time series on the example of the dynamics of change in the Dow-Jones index – part I. Proceedings of IAM, V.11, N.2, 2022, pp.87-102. (in Russian).
2. Aliev F.A., Niftiyev A.A. Zeynalov J.I. Optimal synthesis problem for the fuzzy systems in semi-infinite interval, Appl. Comput. Math 2011, V.10, N 1, pp. 97-105.
3. Dow Jones. industrial index. URL: <https://ru.tradingview.com/symbols/DJ-DJI/> (дата обращения 11.03.2022).
4. Zadeh L.A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, Information sciences, V.8, N.3, 1975, pp.199–249.
5. Lewis K.D. Methods for forecasting economic indicators. Moscow: Finance and statistics, 1986. – 133 p. (in Russian).
6. Chen S.M. Forecasting enrollments based on fuzzy time series, Fuzzy Sets and Systems, V. 81, 1996, pp.311-319.
7. Chen S.M. Forecasting enrollments based on high-order fuzzy time series, Cybernetics and Systems, V.33, N.1, 2002, pp.1-16.
8. Cheng C.H., Chang J.R., Yen C.A. Entropy-based and trapezoid fuzzification fuzzy time series approaches for forecasting IT project cost, Technological Forecasting & Social Change, V.73, 2006, pp.524-542.
9. Kumar N. et al. Fuzzy time series forecasting of wheat production, International Journal on Computer Science and Engineering, V.2, N.3, 2010, pp.635-640.
10. Poulsen J.R. Fuzzy Time Series Forecasting – Developing a new forecasting model based on high order fuzzy time series, AAUE: CIS 4, 2009, 67 p.
11. Song Q., Chissom B.S. Forecasting enrollments with fuzzy time series – part I. Fuzzy Sets and Systems, V.54, 1993, pp.269-277.
12. Song Q., Chissom B.S. Forecasting enrollments with fuzzy time series – part II, Fuzzy Sets and Systems, V.62, 1994, pp.1-8.