PROCEEDINGS OF IAM, V6., N2., 2017, pp.233-244

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ НА РАЗНЫХ УЧАСТКАХ НАСОСНО-КОМПРЕССОРНЫХ ТРУБ В ГАЗЛИФТНОМ ПРОЦЕССЕ*

И.А. Магаррамов[1], Н.С. Гаджиева[1], С.К. Гаджиев[1]

[1]Институт Прикладной Математики, БГУ, Баку, Азербайджан
e-mail: ilkin_072@mail.ru, nazile.m@mail.ru

Резюме. Рассматривается задача определения коэффициента гидравлического сопротивления (КГС) на разных участках насосно-компрессорных трубах (НКТ) в газлифтных скважинах при добыче нефти. С помощью метода наименьших квадратов находится КГС на каждом заданном участке подъемника, используя статистические данные (объем подаваемого газа на устье кольцевого пространства и объем газожидкостной смеси (ГЖС) в конце подъемника). Приводится пример, который показывает адекватность математической модели.

Ключевые слова: Газлифт, газожидкостная смесь, идентификация, алгебраические уравнения, гидравлическое сопротивление, метод наименьших квадратов.

AMS Subject Classification: 49J15, 49J35.

1. Введение

Как известно [9,21,25], после фонтанного процесса для добычи нефти одним из испытанных способов является газлифт. При добыче нефти газлифтным способом определение коэффициента гидравлического сопротивления [1,12,20] на подъемнике занимает важное место [4,9,15,17,21,23]. Такие задачи были рассмотрены в работах [8,14,15,19], в которых коэффициент гидравлического сопротивления (КГС) был определен по всей длине насосно-компрессорных труб (НКТ). Однако такой подход не позволяет определить КГС на определенных требуемых участках НКТ. Поэтому, в данной работе уравнение движение гиперболического типа с помощью метода прямых сводится к решению систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Используя статистические данные из скважин и метод наименьших квадратов составляется соответствующий квадратичный функционал. При минимизации этого функционала найденный КГС дает искомый результат. Результаты иллюстрируются на конкретном практическом примере.

---

* Работа была представлена на семинаре Института Прикладной Математики 7.11.2017

2. Постановка задачи

Известно [6,10], что движение газожидкостной смеси в трубах описывается системой дифференциальных уравнений с частными производными гиперболического типа:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P_i}{\partial t} = -\dfrac{c_i^2}{F_i}\dfrac{\partial Q_i}{\partial x} \\ \dfrac{\partial Q_i}{\partial t} = -F_i\dfrac{\partial P_i}{\partial x} - 2a_i Q_i \end{cases}, i = 1,\ 2, \tag{1}$$

где $P_i = P_i(x, t)$ – давление соответственно газа и газожидкостной смеси, Q_i - объем соответственно газа и ГЖС, $2a_i = \dfrac{g}{\omega_i} + \dfrac{\lambda_i \omega_i}{2D_i}$; параметры $c_i\ a_i, \omega_i,\ g_i, \lambda_i,\ D_i, F_i\ (i = 1,\ 2)$ имеют конкретные практические значения и определяются как в [22] . Применяя метод прямых [18] и, обозначив $l_p = \dfrac{1}{n},\ p = \overline{1, n}$, из (1) получим

$$\begin{cases} \dfrac{dP_k}{dt} = -\dfrac{c_i^2}{F_i l}(Q_k - Q_{k-1}) \\ \dfrac{dQ_k}{dt} = -\dfrac{F_i}{l}(P_k - P_{k-1}) - 2a_i Q_k \end{cases}, i=1,2,\ k = \overline{0,\ 2n} \tag{2}$$

$$F_i = \begin{cases} F_1,\ 0 < k \le n \\ F_2,\ n < k \le 2n \end{cases}, \qquad c_i = \begin{cases} c_1,\ 0 < k \le n \\ c_2,\ n < k \le 2n \end{cases}, \quad a_i = \begin{cases} a_1,\ 0 < k \le n \\ a_2,\ n < k \le 2n, \end{cases}$$

Отметим что, при $k = n+1$ уравнение (2) имеет следующий вид [8]

$$\begin{cases} \dfrac{dP_{n+1}}{dt} = -\dfrac{c_2^2}{F_2 l} Q_{n+1} + \dfrac{c_2^2}{F_2 l} Q_n + \dfrac{c_2^2}{F_2 l} Q_{pl}, \\ \dfrac{dQ_{n+1}}{dt} = -\dfrac{F_2}{l} P_{n+1} + \dfrac{F_2}{l} P_n - 2a_2 Q_{n+1} + \dfrac{F_2}{l} P_{pl}, \end{cases}$$

где Q_{pl}, P_{pl} - объемный расход и давление пласта на дне скважины.

После некоторых преобразований систему (2) можно привести к виду

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_1(a_2(\lambda_1))x_1(t) + B_1 u_0 + V \\ \dot{x}_2(t) = A_2(a_2(\lambda_2))x_2(t) + B_2 u_1 \\ \ldots \\ \dot{x}_n(t) = A_n(a_2(\lambda_n))x_n(t) + B_n u_{n-1} \end{cases}, \tag{3}$$

с начальным условием

$$x_m(0)=\begin{bmatrix}P_m(0)\\ Q_m(0)\end{bmatrix},\ m=\overline{1,n}$$

где

$$\dot{x}_m(t)=\begin{bmatrix}\dot{P}_m(t)\\ \dot{Q}_m(t)\end{bmatrix},\quad x_m(t)=\begin{bmatrix}P_m(t)\\ Q_m(t)\end{bmatrix},\quad A_m=\begin{bmatrix}0 & -\dfrac{c_2^2}{F_2 l_i}\\ -\dfrac{F_2}{l_i} & -2a_2(\lambda_i)\end{bmatrix},\quad B_m=\begin{bmatrix}0 & \dfrac{c_2^2}{F_2 l_i}\\ \dfrac{F_2}{l_i} & 0\end{bmatrix},$$

$$u_c=\begin{bmatrix}P_c(t)\\ Q_c(t)\end{bmatrix},\quad V=\begin{bmatrix}0 & \dfrac{c_2^2}{F_2 l_1}\\ -\dfrac{F_2}{l_1} & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}P_{pl}\\ Q_{pl}\end{bmatrix},\ m=\overline{1,n},\quad i=\overline{1,2},\ c=\overline{0,n-1}.$$

Определение КГС [5,9] на практике является трудоемкой работой. В работах [11,16,19, 20,22,24] определение КГС исследовалось по всей глубине подъемника. Однако, на практике обычно КГС бывает на разных участках трубопровода разным по всей глубине.

Отметим, что в газлифтных скважинах НКТ гидравлическое сопротивление $\lambda_m,\ m=\overline{1,n}$ изменяется в интервале $0\le\lambda_m\le 1$ [2]. Предположим, что из статистических данных на разных участках НКТ известны КГС - $\lambda_m\ (m=\overline{1,n})$. ($\lambda_1$-соответствуют началу на дне скважины, λ_n - концу НКТ, здесь $\lambda_1>\lambda_2>...>\lambda_n$), $Q_0^{s,st}$-вход скважины, $Q_n^{s,st}$-выход скважины, $s=\overline{1,k}$ (s –число статистических данных) [9].

Таким образом, задача состоит в нахождении таких $\lambda_m\ (i=\overline{1,m})$, при которых следующий квадратичный функционал получил бы минимальное значение

$$I(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n)=\sum_{s=1}^{k}[Q_n^s(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n,T)-Q_n^{s,st}]^2\to\min. \qquad (4)$$

3. Метод решения

Решая систему (3) с начальным условием $x_m(0)=\begin{bmatrix}P_m(0)\\ Q_m(0)\end{bmatrix},\ m=\overline{1,n}$ в отрезках $[0\ l_1],\ (l_1\ l_2],...,(l_{n-1}\ l_n],\ (l_n=l)$ имеем общее решение системы (3)

$$x_n(t)=e^{A_n t}x_n(0)+\sum_{m=1}^{n-1}(-1)^m(\prod_{j=n}^{m+1}A_j^{-1}B_j(E-e^{A_j t}))e^{A_i t}x_i(0)+$$
$$+(-1)^n(\prod_{m=1}^{n}A_m^{-1}B_m(E-e^{A_m t}))u_0+ \tag{5}$$
$$+(-1)^n(\prod_{m=2}^{n}A_m^{-1}B_m(E-e^{A_m t}))(A_1^{-1}(E-e^{A_1 t}))V,$$

где E-единичная матрица.

Из (5) $Q_n(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n,T)$ имеет вид

$$Q_n(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n,T)=[0\ 1]'x_n(T)=Jx_n(T), \tag{6}$$

где $J=[0\ 1]'$.

Подставив (5) и (6) в (4), имеем

$$I=\sum_{s=1}^{k}[Q_n^s(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n,T)-Q_n^{s,st}]^2=\sum_{s=1}^{k}[Jx_n^s(T)-Q_n^{s,st}]^2=$$
$$=\sum_{s=1}^{k}[Je^{A_n T}x_n^s(0)+J\sum_{m=1}^{n-1}(-1)^m(\prod_{j=n}^{m+1}A_j^{-1}B_j(E-e^{A_j T}))e^{A_i T}x_i^s(0)+ \tag{7}$$
$$+J(-1)^n(\prod_{m=1}^{n}A_m^{-1}B_m(E-e^{A_m T}))u_0+$$
$$+J(-1)^n(\prod_{m=2}^{n}A_m^{-1}B_m(E-e^{A_m T}))(A_1^{-1}(E-e^{A_1 T}))V-Q_n^{s,st}]^2.$$

Для решения задачи оптимизации (3)-(4) находим градиент функционала $I(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n)$ и приравниваем его к нулю. Так как градиентный вектор для $I(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n)$ аналитически вычислить практически невозможно, поэтому для вычисление $\frac{\partial I}{\partial \lambda_i}$, $i=\overline{1,n}$ как и в [3, 20] используем следующие формулы

$$\begin{cases} \dfrac{\partial I(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n)}{\partial \lambda_1} \approx \dfrac{I(\lambda_1+h_1,\lambda_2,...,\lambda_n)-I(\lambda_1-h_1,\lambda_2,...,\lambda_n)}{2h_1}, \\ \dfrac{\partial I(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n)}{\partial \lambda_2} \approx \dfrac{I(\lambda_1,\lambda_2+h_2,...,\lambda_n)-I(\lambda_1,\lambda_2-h_2,...,\lambda_n)}{2h_2}, \\ ... \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... \\ \dfrac{\partial I(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n)}{\partial \lambda_n} \approx \dfrac{I(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n+h_n)-I(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n-h_n)}{2h_n}, \end{cases} \tag{8}$$

где $h_i, i=\overline{1,n}$ достаточно малые параметры.

Таким образом, сформулируем следующий алгоритм для нахождения КГС λ_i $(i=\overline{1,n})$:

Алгоритм.

1. Вводятся исходные данные и параметры системы (3);
2. Вводятся статистические данные $Q_0^{s,st}$, $Q_n^{s,st}$;
3. Определяется $Q_n(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n,T)$ из (6);
4. Формируется функционал (7);
5. Находится решение уравнений

   $$\frac{\partial I(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n)}{\partial \lambda_1}=0, \quad \frac{\partial I(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n)}{\partial \lambda_2}=0,..., \quad \frac{\partial I(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n)}{\partial \lambda_n}=0$$ с

   помощью (8);
6. Для достаточно малого ε проверяются условия $\left|\dfrac{\partial I(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n)}{\partial \lambda_1}\right|<\varepsilon,...,\left|\dfrac{\partial I(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n)}{\partial \lambda_n}\right|<\varepsilon$, если они удовлетворяются, то вычисление прекращается, иначе, уменьшая $h_i, i=\overline{1,n}$, переходим к шагу 2

4. Случай *n*=2

Рассмотрим более простой случай, принимая *n*=2, т.е. длина НКТ разбита на две разные части l_1, l_2 $(l_1+l_2=l)$. Предположим, что из статистических данных известны $Q_0^{s,st}$, $Q_2^{s,st}$, $s=\overline{1,k}$.

Тогда квадратичный функционал переходит к виду

$$I(\lambda_1,\lambda_2)=\sum_{s=1}^{k}[Q_2^s(\lambda_1,\lambda_2,T)-Q_2^{s,st}]^2. \tag{9}$$

$Q_2(\lambda_1,\lambda_2,T)$ определяется аналогично (6). Тогда мы имеем

$$I(\lambda_1,\lambda_2)=\sum_{s=1}^{k}[Q_2^s(\lambda_1,\lambda_2,.T)-Q_2^{s,st}]^2=\sum_{s=1}^{k}[Jx_2^s(T)-Q_2^{s,st}]^2=$$
$$=\sum_{s=1}^{k}[Je^{A_2T}x_2^s(0)-JA_2^{-1}(E-e^{A_2T})B_2e^{A_1T}x_1^s(0)+$$
$$+A_2^{-1}(E-e^{A_2T})B_2A_1^{-1}(E-e^{A_1T})(B_1u_0+V)-Q_2^{s,st}]^2. \quad (10)$$

Для определения КГС в НКТ минимизируем функционал (10) по λ_1 и λ_2. Для этого нужно определить градиент функционала относительно λ_1 и λ_2, а потом приравнивать $\frac{\partial I}{\partial\lambda_1}$ и $\frac{\partial I}{\partial\lambda_2}$ к нулю:

$$\frac{\partial I}{\partial\lambda_1}=2\sum_{s=1}^{k}([Je^{A_2T}x_2^s(0)-JA_2^{-1}(E-e^{A_2T})B_2e^{A_1T}x_1^s(0)+$$
$$+A_2^{-1}(E-e^{A_2T})B_2A_1^{-1}(E-e^{A_1T})(B_1u_0+V)-Q_2^{s,st}]\times$$
$$\times(-JA_2^{-1}(E-e^{A_2T})B_2A_4Te^{A_1T}x_1^s(0)+$$
$$+A_2^{-1}(E-e^{A_2T})B_2(-A_1^{-1}A_4A_1^{-1})(E-e^{A_1T})(B_1u_0+V)+$$
$$+A_2^{-1}(E-e^{A_2T})B_2A_1^{-1}(E-A_4T)(B_1u_0+V)))=0, \quad (11)$$

где

$$A_1=A_3+\lambda_1A_4,$$

$$A_3=\begin{bmatrix}0 & -\frac{c_2^2}{F_2l_1}\\ -\frac{F_2}{l_1} & -\frac{g_2}{\omega_2}\end{bmatrix},\quad A_4=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & -\frac{\omega_2}{2D_2}\end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial I}{\partial \lambda_2} = 2\sum_{s=1}^{k}([Je^{A_2T}x_2^s(0) - JA_2^{-1}(E - e^{A_2T})B_2e^{A_1T}x_1^s(0) +$$
$$+ A_2^{-1}(E - e^{A_2T})B_2A_1^{-1}(E - e^{A_1T})(B_1u_0 + V) - Q_2^{s,st}]\times$$
$$\times(JA_4Tx_2^s(0) -$$
$$- J(-A_2^{-1}A_4A_2^{-1})(E - e^{A_2T})B_2e^{A_1T}x_1^s(0) - \qquad (12)$$
$$- JA_2^{-1}(E - A_4T)B_2e^{A_1T}x_1^s(0) +$$
$$+ (-A_2^{-1}A_4A_2^{-1})(E - e^{A_2T})B_2A_1^{-1}(E - e^{A_1T})(B_1u_0 + V) +$$
$$+ A_2^{-1}(E - A_4T)B_2A_1^{-1}(E - e^{A_1T})(B_1u_0 + V))) = 0,$$

где

$$A_2 = A_5 + \lambda_2 A_4, \quad A_5 = \begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{c_2^2}{F_2 l_2} \\ -\dfrac{F_2}{l_2} & -\dfrac{g_2}{\omega_2} \end{bmatrix}.$$

Таким образом, из решений алгебраических уравнений (11) и (12) относительно λ_1 и λ_2 определяем КГС на двух разных участках НКТ.

Остановимся на реализации предложенного выше метода на примере из работы [19]. Получили, что $\lambda_1 = 0.2303689622$ на отрезке $[0\ l_1]$, $\lambda_2 = 0.1151447401$ на интервале $(l_1\ l_2]$, на котором λ_1 отличается от $\tilde{\lambda}_1 = 0.23$ ($\tilde{\lambda}_1$ значения КГС на отрезке $[0\ l_1]$ из практики) с точностью до 10^{-4}, λ_2 отличается от $\tilde{\lambda}_2 = 0.1$ ($\tilde{\lambda}_2$ значения КГС на интервале $(l_1\ l_2]$ из практики) с точностью до 10^{-2}.

Заключение

Таким образом, когда длина НКТ разбита на две разные части, то для определения КГС используется аналитические формулы (11) и (12), а когда длина НКТ разбита на более, чем две части, то для определения КГС используется формула (8).

Авторы выражают огромную благодарность академику Фикрету Алиеву за ценные советы.

Литература

1. Aliev F.A., İsmailov N.A. İnverse Problem to Determine the Hydroulic Resistance Coeffficient in the Gaslift Process, Appl. Comput. Math., V.12, No.3, 2013, pp.306-313.
2. Aliev F.A., Ismailov N.A. Mukhtarova N.S., Algorithm to determine the optimal solution of a boundary control problem, Automation and remote control, V.76, N.4, 2015, pp.627-633.
3. Aliev F.A., Ismailov N.A., Haciyev H., Guliyev M.F. A method to determine the coefficient of hydraulic resistance in different areas of pump-compressor pipes, TWMS J. Pure Appl. Math. V.7, N.2, 2016, pp.211-217.
4. Aliev F.A., Mutallimov M.M., Askerov I.M.. Raguimov I.S. Asymptotic Method of Solution for a Problem of Construction of Optimal Gas-Lift Process Modes, Mathematical Problems in Engineering, V.2010, 2010, 10 p.
5. Altshul A.D. Hydraulic Resistance, Moscow, Nedra, 1970, 216 p.
6. Himmebblau D.M. Applied Nonlinear Programming, New-York, Craw-Hill Book Company, 1972, 536p.
7. Алиев Н.А., Гулиев А.П., Джабраилзаде С.Дж., Гасымова К.Г. Об одной пространственной обратной задаче для определения коэффициента гидравлического сопротивления в подъемнике при добыче нефти, Proceedings of IAM, V.5, N.1, 2016, pp.110-122
8. Алиев Ф.А. , Ильясов М.Х. ,Нуриев Н.Б. Проблемы математического моделирования , оптимизации и управления газлифта, Доклады НАНА, N.4, 2009, с.100-117.
9. Алиев Ф.А., Ильясов М.Х., Джамалбеков М.А. Моделирование работы газлифтной скважины, Доклады НАНА, N.4, 2008, с.107-115.
10. Алиев Ф.А., Ильясов М.Х., Нуриев Н.Б. Задачи моделирования и оптимальной стабилизации газлифтного процесса, Прикладная механика, V.46, N.6, 2010, с.113-123.
11. Алиев Ф.А., Исмайлов Н.А. Алгоритм вычисления коэффициента гидравлического сопротивления в газлифтном процессе, Доклады НАН Азербайджана, N.1, 2014, с.19-22.
12. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А., Гасымов Ю.С., Намазов А.А. Об одной задаче идентификации по определению параметров динамических систем, Proceedings of IAM, V.3, N.2, 2014, pp.139-151.
13. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А., Намазов А.А., Магаррамов И.А. Асимптотический метод определения коэффициента гидравлического сопротивления на разных участках трубопровода при добыче нефти, Proceedings of IAM, V.6, N.1, 2017, pp.3-15.
14. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А., Намазов А.А., Раджабов М.Ф. Алгоритм вычисления параметров образования газожидкостной смеси на

башмаке газлифтной скважины, Proceedings of IAM, V.5, N.1, 2016, pp.123-132.

15. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А., Намазов А.А., Раджабов М.Ф. Асимптотический метод решения задачи идентификации для нелинейных динамических систем, Proceedings of IAM, V.5, N.1, 2016, pp.84-97.
16. Барашкин Р.Л., Моделирование движения газожидкостной смеси в насосно-компрессорных трубах газлифтной скважины, Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности, N.5, 2011, с.41-46.
17. Барашкин Р.Л., Самарин И.В., Моделирование режимов работы газлифтной скважины, Известия Томского политехнического университета, V.309, V.6, 2006, с.42-45.
18. Белокопытов С.В., Дмитриев М.Г. Прямой метод решения задач оптимального управления с быстрыми и медленными движениями, Изв. АН СССР Техническая кибернетика, N.3, 1985, с.147-152.
19. Гаджиева Н.С., Намазов А.А., Аскеров И.М., Магаррамов И.А. Алгоритм решения задачи идентификации для определения параметров дискретных динамических систем, Proceedings of IAM, V.5, N.2, (016, pp.235-244.
20. Исмаилов Н.А. Метод определения коэффициента гидравлического сопротивленияна разных участках насосно-компрессорных труб, Proceedings of IAM, V.5, N.1, 2016, pp.133-141.
21. Мирзаджанзаде А.Х., Ахметов И.М., Хасаев А.М., Гусев В.И. Технология и техника добычи нефти, Москва, Недра, 1986, 382 с.
22. Мухтарова Н.С. Алгоритм решения задачи идентификации для нахождения коэффициента гидравлического сопротивления газлифтного процесса, Proceedings of IAM, V.4, N.2, 2015, pp.206-213.
23. Чарный И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах, Москва, Гостехиздат, 1951, 296 с.
24. Штеренлихт Д.В. Гидравлика, М: Колос, 2005, 655 с.
25. Шуров В.И., Технология и техника добычи нефти, Москва, Недра, 1983, 510 с.

Identification problem for defining the coefficient of hydraulic resistance on different areas of pump-compressor pipes in gaslift process

I.A. Maharramov[1], N.S. Hajiyeva[1], S.K. Hajiyev[1]

Institute of Applied Mathematics, Baku State University, Baku, Azerbaijan
e-mail: ilkin_072@mail.ru, nazile.m@mail.ru

ABSTRACT

In the work the coefficient of hydraulic resistance on different areas of pump-compressor pipes in the oil production in gas lift wells is considered. By means of the least-squares method, the coefficient of hydraulic resistance is obtained using statistical data. An example is given that shows the adequacy of the mathematical model.

Keywords: gas lift, gas-liquid mixture, identification, algebraic equations, the coefficient of hydraulic resistance, the least-squares method.

References

1. Aliev F.A., Ismailov N.A., Mukhtarova N.S. Algorithm to determine the optimal solution of a boundary control problem, Automation and remote control, V.76, N.4, 2015, pp.627-633.
2. Aliev F.A., İsmailov N.A. İnverse Problem to Determine the Hydroulic Resistance Coeffficient in the Gaslift Process, Appl. Comput. Math., V.12, N.3, 2013, pp.306-313.
3. Aliev F.A., Ismailov N.A., Haciyev H., Guliyev M.F. A method to determine the coefficient of hydraulic resistance in different areas of pump-compressor pipes, TWMS J. Pure Appl. Math. V.7, N.2, 2016, pp.211-217.
4. Aliev F.A., Mutallimov M.M., Askerov I.M., Raguimov I.S. Asymptotic Method of Solution for a Problem of Construction of Optimal Gas-Lift Process Modes, Mathematical Problems in Engineering, V.2010, 2010,10p.
5. Altshul A.D. Hydraulic Resistance, Moscow, Nedra, 1970, 216 p.
6. Himmebblau D.M. Applied Nonlinear Programming, New-York, Craw-Hill Book Company, 1972, 536 p.
7. Aliev N.A., Guliev A.P., Dzhabrailzade S.Dz., Gasimova K.G. Ob odnoy prostranstvennoy obratnoy zadeche dlya opredeleniya koeffisienta gidravlicheskogo soprotivleniya v podyomnike pri dobiche nefti, Proceedings of IAM, V.5, N.1, 2016, s.110-122 (Aliev N.A., Guliev A.P., Dzhabrailzade S.Dz., Gasimova K.G. The study concerning one extensive inverse problems for determining hydraulic resistance’s coefficients in the lifting in oil production, Proceedings of IAM, V.5, N.1, 2016, pp.110-122) (in Russian).
8. Aliev F.A., Ilyasov M.Kh., Nuriyev N.B. Problemi matematicheskogo modelirovaniya, optimizasii i upravleniya gazlifta, Dokladi NANA, N.4, 2009, s.100-117 (Aliev F.A., Ilyasov M.Kh., Nuriyev N.B. The Problems of mathematical modeling, optimization and gas lift control, Reports of ANAS, N.4, 2009, pp.100-117) (in Russian).
9. Aliev F.A., Ilyasov M.Kh., Dzhamalbekov M.A. Modelirovaniye raboti gazliftnoy skvajini, Dokladi NANA, N.4, 2008, s.107-115 (Aliev F.A., Ilyasov M.Kh., Dzhamalbekov M.A. The Modeling gas lift wells operation, Reports of ANAS, N.4, 2008, pp.107-115) (in Russian).
10. Aliev F.A., Ilyasov M.Kh., Nuriyev N.B. Zadachi modelirovaniya i optimalnoy stabilizasii gazliftnogo prosessa, Prikladnaya mekhanika,V.46,

N.6, 2010, s.113-123. (Aliev F.A., Ilyasov M.Kh., Nuriyev N.B. The problems of modeling and optimal stabilization of the gas lift process, International applied mechanics, V.46, N.6, 2010, pp.113-123) (in Russian).

11. Aliev F.A., Ismaylov N.A. Algoritm vichisleniya koeffisienta gidravlicheskogo soprotivleniya v gazliftnom prosesse, Dokladi NANA, N.1, 2014, s.19-22. (Aliev F.A., Ismaylov N.A. Algorithm for calculating the coefficient of hydraulic resistance in gas lift process, Reports of ANAS, N.1, 2014, pp.19-22) (in Russian).
12. Aliev F.A., Ismaylov N.A., Namazov A.A., Magarramov I.A. Asimptoticheskiy metod opredeleniya koeffisienta gidravlicheskogo soprotivleniya na raznikh uchastkakh truboprovoda pri dobiche nefti, Proceedings of IAM, V.6, N.1, 2017, s.3-15. (Aliev F.A., Ismaylov N.A., Namazov A.A., Magarramov I.A. Asymptotic method for defining the coefficient of hydraulic resistance on the different parts of the tubing in the oil extraction, Proceedings of IAM, V.6, N.1, 2017, pp.3-15) (in Russian).
13. Aliev F.A., Ismailov N.A., Namazov A.A., Radjabov M.F. Algoritm vichisleniya parametrov obrazovaniya gazojidkostnoy smesi na bashmake gazliftnoy skvajini, Proceedings of IAM, V.5, N.1, 2016, s.123-132. (Aliev F.A., Ismailov N.A., Namazov A.A., Radjabov M.F. An algorithm for calculating the parameters of formation of gas-liquid mixture on the shoe of gas lift wells, Proceedings of IAM, V.5, N.1, 2016, pp.123-132) (in Russian).
14. Aliev F.A., Ismailov N.A., Namazov A.A., Radjabov M.F. Asimptoticheskiy metod resheniya zadachi identifikasii dlya nelineynikh dinamicheskikh sistem, Proceedings of IAM, V.5, N.1, 2016, s.84-97. (Aliev F.A., Ismailov N.A., Namazov A.A., Radjabov M.F. Asymptotic method of solution of identification problem for the nonlinear dynamic systems, Proceedings of IAM, V.5, N.1, 2016, s.84-97) (in Russian).
15. Aliev F.A., Ismailov N.A., Gasimov Y.S., Namazov A.A. Ob odnoy zadache identifikasii po opredeleniyu parametrov dinamicheskikh sistem, Proceedings of IAM, V.3, N.2, 2014, s.139-151 (Aliev F.A., Ismailov N.A., Gasimov Y.S., Namazov A.A. On an identification problem on the definition of the parameters of the dynamic system, Proceedings of IAM, V.3, N.2, 2014, pp.139-151) (in Russian).
16. Barashkin R.L. Modelirovaniye dvijeniya gazojidkostnoy smesi v nasosno-kompressornikh trubakh gazliftnoy skvajini, Avtomatizasiya, telemekhanizasiya i svyaz v neftyanoy promishlennosti, N.5, 2011, s.41-46 (Barashkin R.L. Modeling of gas-liquid mixture motion in tubing of gas lift wells, Automation, telemechanization and communication in oil industry, N.5, 2011, pp.41-46) (in Russian).
17. Barashkin R.L., Samarin I.V. Modelirovaniye rejimov raboti gazliftnoy skvajini, Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta, V.309, N.6, 2006, ps.42-45 (Barashkin R.L., Samarin I.V. The modeling gas lift well

operation modes, Bulletein of the tomsk polytechnic university, V.309, N.6, 2006, pp.42-45) (in Russian).

18. Belokopitov S.V., Dmitriev M.G. Pryamoy metod resheniya zadach optimalnogo upravleniya s bistrimi i medlennimi dvijeniyami, izv. AN SSSR Texnicheskaya kibernetika, N.3, 1985, s.147-152. (Belokopitov S.V., Dmitriev M.G. The lines method for solution optimal control problems with fast and slow motions, Engineering Cybernetics, N.3, 1985, pp.147-152) (in Russian).
19. Gadjiyeva N.S., Namazov A.A., Askerov I.M., Magarramov I.A. Algoritm resheniya zadachi identifikasii dlya opredeleniya parametrov diskretnikh dinamicheskikh sistem, Proceedings of IAM, V.5, N.2, 2016, s.235-244 (Gadjiyeva N.S., Namazov A.A., Askerov I.M., Magarramov I.A. Algorithm to solution of identification problem to determine the parameters of discrete dynamic system, Proceedings of IAM, V.5, N.2, 2016, pp.235-244. (in Russian).
20. Ismailov N.A. Metod opredeleniya koeffisienta gidravlicheskogo soprotivleniya na raznikh uchastkakh nasosno-kompressornikh trub, Proceedings of IAM, V.5, N.1, 2016, s.133-141 (Ismailov N.A. Method for determining flow resistance coefficient on different parts of the tubing, Proceedings of IAM, V.5, N.1, 2016, pp.133-141) (in Russian).
21. Mirzajanzadeh A.Kh., Akhmetov I.M., Khasayev A.M., Gusev V.I. Texnologiya i tekhnika dobichi nefti, Moskva, Nedra, 1986, 382 s. (Mirzajanzadeh A.Kh., Akhmetov I.M., Khasayev A.M., Gusev V.I, Technology and technique of oil production, Moscow, Nedra, 1986, 382 p.) (in Russian).
22. Mukhtarova N.S. Algoritm resheniya zadachi identifikasii dlya nakhojdeniya koeffisienta gidravlicheskogo soprotivleniya gazliftnogo prosessa, Proceedings of IAM, V.4, N.2, 2015, s.206-213 (Mukhtarova N.S. Algorithm to solution the identification problem for finding the coefficient of hydraulic resistance in gas-lift proceses, Proceedings of IAM, V.4, N.2, 2015, pp.206-213) (in Russian).
23. Charniy I.A. Neustanovivsheesya dvijeniye realnoy jidkosti v trubakh, M.: Qostekhizdat, 1951, 296 s. (Charniy I.A., Unsteady motion of a real liquid in pipes, 1951, 296 p.) (in Russian).
24. Shterenlikht D.V. Gidravlika, Moskva, Kolos, 2005, 655s. (Shterenlikht D.V. Hydraulics, Moscow, Kolos, 2005, 655 p.) (in Russian).
25. Shurov V.I. Tekhnoloqiya i tekhnika dobichi nefti, Moskva, Nedra, 1983, 510 s. (Shurov V.I. Technology and technique of oil production, Moscow, Nedra, 1983, 510 p.) (in Russian).